



TITLE:

修整歯面を有するハイポイドギヤの歯切り法とその実用化に関する研究(Dissertation_全文)

AUTHOR(S):

川崎, 一正

CITATION:

川崎, 一正. 修整歯面を有するハイポイドギヤの歯切り法とその実用化に関する研究. 京都大学, 1998, 博士(工学)

ISSUE DATE:

1998-03-23

URL:

<https://doi.org/10.11501/3135661>

RIGHT:

修整歯面を有するハイポイドギヤの歯切り 法とその実用化に関する研究

1998 年

川 崎 一 正

目 次

第 1 章	緒 論	1
1.1	ハイポイドギヤの特徴と課題	1
1.2	ハイポイドギヤの研究の歴史	5
1.3	本論文の目的と構成	10
	参考文献	15
第 2 章	ハイポイドギヤ歯切りの新設計法	20
2.1	緒 言	20
2.2	基本的な考え方	21
2.3	切れ刃の形成する曲面	23
2.4	無効歯面	27
2.5	設計基準点	32
2.6	歯底円すいと歯先円すい	36
2.7	ギヤの成形歯切り	39
2.8	ピニオンの歯切り	44
2.8.1	ピニオン凹歯面の歯切り	44
2.8.2	ピニオン凸歯面の歯切り	48
2.9	歯面間の干渉	48
2.9.1	横田による相対全曲率	49
2.9.2	曲面の主曲率と主方向	51
2.10	歯切りの設計例	53
2.11	歯切り実験	58
2.12	結 言	66
	参考文献	67
第 3 章	ハイポイドギヤの歯切り誤差検出法	69
3.1	緒 言	69
3.2	検出法の概要	70
3.3	歯車歯面の数式表示	70

3・3・1	ギヤ歯面の数式表示	71	5・5・1	測定装置	123
3・3・2	ピニオン歯面の数式表示	72	5・5・2	測定方法	126
3・4	歯切り誤差検出法	74	5・6	測定結果	127
3・5	検出パラメータの選定法	81	5・6・1	歯切りしたままの歯車	127
3・6	マシンセッティングに関するパラメータ	83	5・6・2	熱処理・ラッピング仕上げを行った歯車	129
3・7	数値計算法	84	5・7	結 言	133
3・7・1	ギヤの数値計算法	84		参考文献	134
3・7・2	ピニオンの数値計算法	88			
3・8	歯切り誤差の検出	89	第 6 章	ハイポイドギヤのデュープレックス歯切りの設計法	136
3・9	結 言	97	6・1	緒 言	136
	参考文献	98	6・2	基本的な考え方	136
			6・3	歯切り	138
第 4 章	ハイポイドギヤの熱処理変形の検出とそれを見込んだ歯切り	99	6・4	歯切りの設計例	142
4・1	緒 言	99	6・5	デュープレックス歯切りと歯切り誤差の検出	147
4・2	熱処理方法	100	6・6	結 言	153
4・3	熱処理変形の検出	101		参考文献	154
4・3・1	ギヤ歯面の熱処理変形	101			
4・3・2	ピニオン歯面の熱処理変形	105	第 7 章	結 論	155
4・4	検出結果の歯切り作業へのフィードバック	107			
4・5	熱処理変形のばらつきに関する考察	108	付録 1	ピニオン創成歯切り盤のカッタ・マシンセッティング	159
4・6	結 言	112	付録 1・1	エキセントリック角 ϕ_3	161
	参考文献	113	付録 1・2	クレードル角 ϕ_4	162
			付録 1・3	チルト角 ϕ_1	163
第 5 章	ハイポイドギヤの回転伝達誤差の測定	114	付録 1・4	スィベル角 ϕ_2	165
5・1	緒 言	114			
5・2	測定に用いたハイポイドギヤ	115	謝 辞		168
5・3	ハイポイドギヤの回転伝達誤差	116			
5・4	回転伝達誤差の理論計算	119			
5・4・1	計算方法	119			
5・4・2	理論計算結果	121			
5・5	測定装置と測定方法	123			

第 1 章 緒 論

1.1 ハイポイドギヤの特徴と課題

JIS B0102-1988 では、ハイポイドギヤを「食い違い軸の間に運動を伝達するのに用いる円すい又は円すいに近い形状をもつ歯車の単体又は歯車対」と定義している[1]. そして、その名称は食い違い軸歯車のピッチ面がハイパボロイド（回転双曲面）になると考えていたことによるものと思われる[2].

ハイポイドギヤは、まがりばかさ歯車と同じように、おもに直角をなす二軸の間の動力の伝達や回転運動の伝達に用いられるが、入出力軸間に食い違い（オフセット）があるため動力伝達系の空間的配置を適正化できる可能性が高いので、従来より自動車などの輸送機器の動力伝達用歯車として実用に供せられ、工業的に重要な役割を果たしてきている.

このオフセットの存在は、

- (1) 小歯車の外径を大きく丈夫にでき、小歯車のねじれ角を大きくできること.
- (2) 減速比が大きくとれること.
- (3) かみあい率が大きいため、振動や騒音が小さいこと.

などの優れた特徴をもたらしている. これらの特徴より、ハイポイドギヤはまがりばかさ歯車に比べて回転がなめらかで静粛な運転を行うことができ、歯の強度も大きくできる歯車であるといえる. しかし一方、かみあいに際して接触歯面間に歯すじ方向のすべりが発生するため、摩擦損失が大きく、伝達効率が低くなってしまうことや、歯面のスコーリング損傷や摩耗に留意しなくてはならないなどの欠点も併せもっている. 歯面損傷の問題と摩擦損失が大きいという欠点については、1940 年頃、潤滑油の高性能化、いわゆるハイポイドギヤ油が開発されたことにより克服された[3].

自動車用ハイポイドギヤの設計・製作および生産に関しては、これまで米国のグリーソン社の示した方式のものが最も多く用いられている. グリーソン社の方式に従えば、一応実用に供せられる歯車を得ることができる. しかしながら、グリーソン社はその方式の理論的根拠を開示していないこと、ハイポイドギヤのかみあいは円筒歯車やかさ歯車のそれに比べて極めて複雑であり、平面とか球面といった解析

を容易にする場がないこと，さらに歯切りに用いられる歯切り盤の構造が複雑でその動作を高精度にすることは容易でないことなどのために，ハイポイドギヤは一般化された工学的知識からほど遠い状況にあり，その製作においては歯面どうしの接触軌跡である歯当たりを観察しつつ試行歯切りを繰り返して初めて品質の良いハイポイドギヤを得ることができることなど，今なお現場技能者の経験と勘に依存する部分が残されている。

近年，自動車室内の静粛性の向上に伴い，ハイポイドギヤにも他の歯車と同様に低騒音化の要求が年々厳しさを増してきている．また同時に，ハイポイドギヤの需要範囲の拡大と多用化に伴い，さらに製造の低コスト化の要求のためにその製作の能率化がますます強く求められている．これらの要求に応えるためには，試行歯切りを繰り返すことなく良質のハイポイドギヤを安定的に製作できるようにすることが重要である．しかし，これを遂行するためには，幾つかの困難な問題を解決しなければならない．現在，主として用いられているハイポイドギヤの問題点は次の通りである．

グリーンソン方式のハイポイドギヤでは，歯たけが歯すじに沿って比例的に変化する，いわゆるこう配歯が多く採用されている．歯切り工具としては直線切れ刃を有する環状フライスカッタが用いられ，切れ刃は工具の軸まわりに旋回して円すい面を形成する．大歯車（リングギヤ，略してギヤ）は成形歯切りされ，円すい面の一部がそのままギヤ歯面になる．このとき，工具の刃先がギヤの歯底を削るようにしなければならない．そのためには，図 1.1 に示すように，工具の切れ刃が旋回して形成する曲面（工具歯車刃面という）である円すい面 I の軸 Z_g を歯底に垂直になるように配置させる必要がある．

ところで，一对の歯車のうち一方の歯車に対応する歯車状の工具によって相手歯車を創成歯切りする工作法を直接創成法という．小歯車（ピニオン）の歯切りはギヤ歯面と同形の刃面をもつ工具歯車で直接創成歯切りすることを基本にしているが，実際にはそれが実現できない．その理由は，次に述べるように，原理的なものである．

工具の刃先がピニオンの歯底を削るためには，工具歯車刃面である円すい面 II の軸 Z_p をピニオンの歯底，すなわち頂げきを零としたときのギヤの歯先，に垂直になるよう配置させる必要がある．ところが，歯をこう配歯にすると，ギヤ歯面である円すい面 I の軸 Z_g とピニオン歯切り用工具歯車刃面である円すい面 II の軸 Z_p と

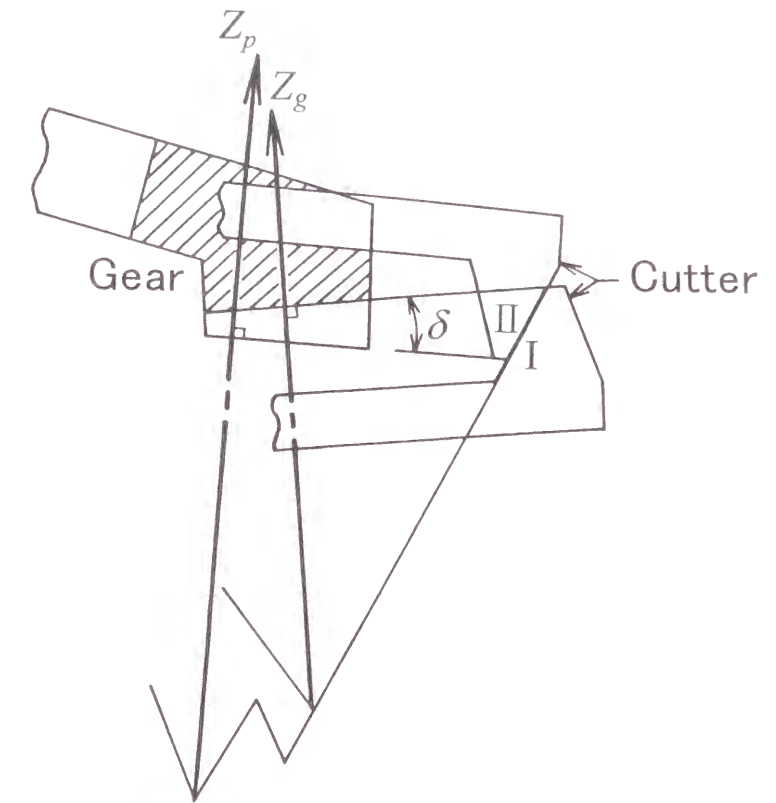
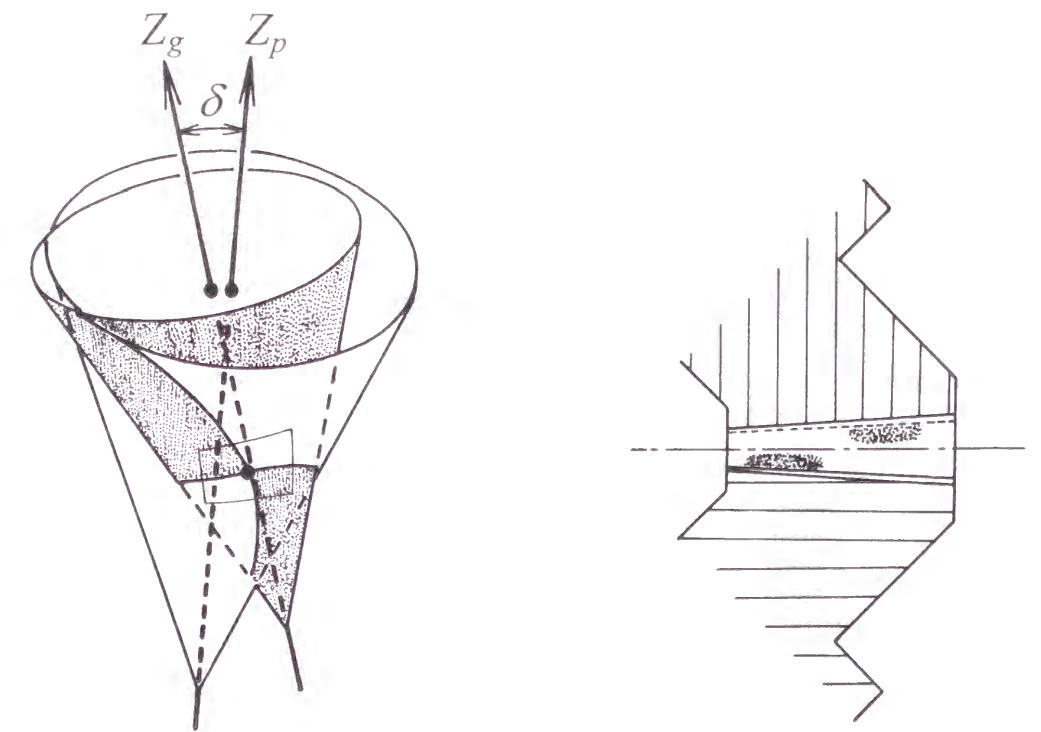


Fig. 1.1 Ring gear and Gleason face-mill type of cutters



(a) Relation between two conical surfaces (b) Tooth bearing

Fig. 1.2 Interference between two conical surfaces

は一致させることも平行にすることもできず、ギヤとピニオンの歯元角の和に相当する角度 δ だけ食い違ってしまう[4]。これが原因で、ギヤ歯面と同形の刃面をもつ工具を製作することができないのである。このような状態で円すい面どうしを一点で接触させても、図 1. 2(a)に示すように互いに干渉している状態になってしまう。それゆえに、円すい面で創成歯切りされたピニオン歯面と先に歯切りされたギヤ歯面を相互にかみあわせると、両歯車の歯面には定速比の回転運動を保つことができない非共役性が生じるだけでなく、図 1. 2(b)に示すように、歯当たりが歯面上の端の片寄った位置に二段形となって得られ、いわゆる二段当たりが生じる。このようにグリーンソン方式ハイポイドギヤの歯切り法は、原理的に、歯（刃）面間の干渉が原因で二段当たりの生じる歯車を歯切りしていることになる。

そこで、この二段当たりを回避するために、試行歯切りを行って歯車の歯当たりを観察し、それに基づいて工具やワークの歯切り盤への取付け位置および姿勢（マシンセッティングという）を微調整する、いわゆる歯当たりのディベロップといわれる試行錯誤的な歯切り作業を行っているのが現状である。

したがって、グリーンソン方式ハイポイドギヤの歯切り理論は確立されているとは言い難く、歯車の品質管理および高性能の歯車の開発が困難であるとともに、生産性向上の点で多くの問題があるといえる。このような現状を打開するためには、機構学の理論に基づいた歯切り法を確立することが必要不可欠である。

ところで、歯切り盤の構造が複雑でその動作を高精度にすることは容易でないことに加えて、歯切り盤それぞれには固有の構造的あるいは製造上の誤差があるため、たとえマシンセッティングを正確に行ったとしても、個々の歯切り盤で歯切りされた歯車の歯面はそれぞれわずかではあるが異なった形状のものになる。さらに、ハイポイドギヤは歯切り後、熱処理、ラッピングという工程を経て初めて製品として用いられることが多いが、熱処理やラッピングによる歯面の変形は避けることができない。熱処理は歯面強度を高めるために不可欠な工程であるため、ハイポイドギヤの仕上がり状態で適正な幾何学的形状をもったものを製作するには、熱処理変形に対する補正を歯車の歯切りの段階で与えることが要求される。ところが、このような熱処理変形に対する歯面形状を補正するのに、現在生産現場では、歯車のオフセット量や組付け位置をわずかに変えて歯当たりを歯面の端から端まで移動させる *VH* 試験[5]を行って熱処理変形に対する補正量を把握し、それを参考にして修正歯切りを行っている。しかしながら、このような方法は、歯車対としての測定方法あ

るいは品質管理方法であるため、また単に歯当たりがよければよいというあいまいな情報に基づいているため、個々の歯車の熱処理変形を定量的に捉えることができない欠点をもっている。この問題を克服するためには、個々の歯車について、歯切り誤差のみならず熱処理変形をも定量的に捉えることができる測定法を開発することが必要である。

以上のことより、ハイポイドギヤの製作における最大の課題は、機構学の理論に基づいたハイポイドギヤの歯切り法とそれに基づいた測定法とを開発することであると考える。

1・2 ハイポイドギヤの研究の歴史

ハイポイドギヤの歴史は古く、ルネッサンスの天才 Leonardo da Vinci によって描かれた歯車の形態図の中にこの歯車の原形を見ることができる[6]。正確に回転を伝える今日の歯車としては、18 世紀からハイポイドギヤの歯形の理論的研究が始まり、Watt の蒸気機関などにみられる産業革命とともに急速な進歩を遂げている[7～10]。しかし、ハイポイドギヤが本格的な発展を遂げたのは、1926 年グリーンソン社が自動車用差動歯車装置に採用してからのことである。すなわち、同社の Stewart と Wildhaber が初めてまがりばを有するこう配歯のハイポイドギヤを設計し、加工を行ってからのことである[11～13]。その後、この歯車に対する利点が理解されるようになったため、今日では自動車用としてのみならず様々な領域に利用されるようになっている。そして、このような歴史的背景のもと、設計・製作から生産に至るまでほとんどグリーンソン方式、すなわちグリーンソン社がブラックボックスの形で提供する技術とシステム、で行われている。

ハイポイドギヤに関する基礎理論は 1946 年に至って初めて Wildhaber が発表している。その基礎理論[14～21]は Wildhaber 独特の方法で展開されており、その後の研究の基礎となっている。しかし、この理論は同氏以外には理解できないといわれるほど難解であると考えられており、Wildhaber の理論に対して補足、解説が多くの研究者によってなされるとともに、その理論を基礎にハイポイドギヤの歯形の特性が少しずつ明らかにされてきた。同社の Baxter は高減速比ハイポイドギヤの歯形のもつ特性を明らかにし、減速比が最大 360 に達するものを得ることができる

と報告している[22]。同氏はハイポイドギヤの歯当たり解析の方法を提案し、ギヤとピニオンが設計時の決められた組付け状態からある誤差（アラインメント誤差という）をもって組付けられたときの、歯当たりの変化について調査した[23]。この論文はその後同社によって商品として発表されたソフトウェア, 歯当たり解析 Tooth Contact Analysis (TCA), の基礎となっている。

ハイポイドギヤの幾何学的特性が明らかになるにつれて、歯切り法の問題点が理解されるようになり、その改善を目的として新しい歯切り法を実用化しようとする試みがなされている。1・1 節で述べた歯切り法はギヤ歯面が円すい面の一部である、いわゆるフォーメイト歯切り法である。これに対して、Spear らはこう配歯のハイポイドギヤの歯切り法に関して、ヘリックスフォーム歯切り法を提案した[24]。この方法は、ギヤ歯面を成形歯切りする際、工具の切れ刃を旋回させると同時に刃先が歯底に沿うような運動、いわゆるねじ運動を切れ刃に与えるものである。そのため、ギヤ歯面はコンボリユートヘリコイド面となる。このねじ運動はギヤとピニオンを歯切りする各工具歯車の軸を平行にすることを目的として考案されたもので、理論的に正しくかみあう歯車を得ることができると期待されたが、実際にはギヤ歯面は円すい面に近いコンボリユートヘリコイド面であるのに対して、ピニオンを創成歯切りするのに用いる工具歯車刃面は依然として円すい面を採用しているため、根本的な問題の解決には至らなかった。近年、乗用車用ハイポイドギヤの歯切り法として、この方式が主流になり、製作した歯車は優れた歯当たりが得やすいといわれているが、それはギヤの歯切りの自由度が一つ増し、歯当たりのディベロップが行いやすいためではないかと著者は考えている。Baxter らはヘリックスフォーム歯切り法の幾何学的諸特性を究明している[25]。また同氏は、ギヤ歯面の計算法についても言及しており、その中でベクトル解析の手法を歯車の歯切りの過程に初めて応用した[26]。この手法は、近年の電子計算機を援用した歯車の解析に適しているため、現在では広く利用されるようになっている。

新しい歯切り法が開発される一方で、こう配歯の問題点を指摘し、歯たけが歯すじに沿って変化しない、いわゆる等高歯にすることを推進する動きもみられる。こう配歯のハイポイドギヤでは歯当たりのディベロップが避けられないのに対して、等高歯では試行歯切りや歯当たりのディベロップは不要で、歯切りが単純明快であると考えられている。なぜならば、等高歯では 1・1 節図 1. 1 の Z_g 軸と Z_p 軸とが平行になり、理論的には定速比の回転運動を伝達する共役な歯車を得ることができる

からである。それゆえに、和栗らは万難を排して歯を等高歯にすべきであると主張している[27]。本間らは、酒井が詳述した媒介歯車[28]の考えを用い、等高歯ハイポイドギヤの歯切り法を提案した[29]。その方法によると、理論的に正しくかみあう共役点接触ハイポイドギヤの歯切りが可能になり、接触点の歯面上軌跡をある程度自由に制御できると報告している[30]。しかし、伊藤らによって行われたグリーンソン方式の等高歯ハイポイドギヤの研究によると、歯すじに対して歯当たりがどれだけ傾いているかを表すバイアス角は、歯切りピッチ円すい角や創成軸角の変化に対してその変化が小さく、こう配歯に比べて歯当たり修正は困難であるとしている[31, 32]。このような状況では、歯切り後熱処理を行いその変形量をあらかじめ見込んで歯切り時に補正しておくという方法で製作されているハイポイドギヤにおいては、歯面を修正する自由度が少なく、問題点が多く残る。事実、等高歯ハイポイドギヤは、騒音対策上大きな問題が残り、乗用車用としてはほとんど利用されておらず、トラックやトレーラーなどの産業用にのみ利用されているのが現状である。また、ハイポイドギヤの多くが自動車に用いられることを踏まえると、ギヤとピニオンの相対的位置変動や組付け誤差などに対する性能の変化が鈍感な歯車を得るため、歯面形状に修整を施すことが必要であり、等高歯にすることで実現が容易になる共役歯車は必ずしも実用上適しているともいえない。

電子計算機を援用した数値計算技術が進歩するにつれて、ギヤとピニオンのかみあい状態を計算機でシミュレーションすることが可能となってきた。グリーンソン社では、試行歯切りせずに良質のハイポイドギヤを得ることができるようになるために、TCA ソフトウェアを開発した[33]。TCA は歯車諸元、工具諸元および歯切り盤のマシンセッティングから歯当たり、ならびに正しい回転比からのずれを意味する回転伝達誤差を算出するものであり、同社では歯切り後の歯当たりのディベロップは TCA によって行うことを推奨している。しかし、TCA は無負荷状態での歯当たり解析であり、負荷がかかった状態では歯当たりや回転伝達誤差などは著しく変化する。そこでその後、グリーンソン社の Krenzer は負荷による弾性変形およびギヤとピニオンの相対的位置変動を考慮した Loaded TCA (LTCA) ソフトウェアを開発し、発表した[34]。また、杉本らはこの LTCA によって得られるシミュレーション結果と、実際の負荷状態での歯当たりと回転伝達誤差との関係を調査している[35]。このように歯当たり解析のソフトウェアが生産現場で利用され、歯当たりのディベロップを短時間で行うことが可能になっているが、TCA や LTCA はその基礎理論が

未開示であるとともに、厳密な意味での歯切り理論が明確でないため、これらのソフトウェアを基礎としたさらなる製作の能率化は困難な状況にある。

Litvin らはハイポイドギヤを含む空間歯車機構について歯面間の相対曲率と歯面上の接触点の軌跡との関係を明らかにし、かみあいの最適条件を決定するための局所設計法を提案した[36]。そして、この方法をハイポイドギヤのフォーメイト歯切り法とヘリックスフォーム歯切り法の場合に適用し、ギヤとピニオン双方の歯切りの際のマシンセッティングの決定を行うとともに、アライメント誤差がある場合の最適設計法を示している[37～39]。また、アライメント誤差が歯当たりと回転伝達誤差に及ぼす影響を明らかにし、回転伝達誤差を放物線の形状にすればアライメント誤差を吸収できると報告している[40]。杉本らは Litvin らの手法を応用し、歯当たりと回転伝達誤差を精度よく求める計算法を示している[41]。高橋らは、ハイポイドギヤの歯当たりをあらかじめ正確に予測するために、歯面の接触を考察点の近傍で三次曲面によって表示し、かみあい運動を論じている[42～44]。また、これに関連して定速比で優れた歯当たりを得るための歯切り段取り条件を決定する方法を示し、ギヤとピニオンの精密な歯切り法としてそれぞれ報告している[45, 46]。これと同じ考え方で Wang らは、ハイポイドギヤの歯面の接触を三次曲面によって表示してかみあい論を展開すれば、歯当たり解析が厳密にできるとともに歯当たりの制御に必要な幾何的パラメータを算出することが可能であると報告している[47, 48]。また、この方法を用いれば、優れた歯当たりを得るのに必要なマシンセッティングに関するパラメータが算出できるとしている[49]。島地らは、負荷トルクに対応して、歯面上の異なった位置に接触点の軌跡が現れる場合、歯のたわみを考慮して、回転伝達誤差を零にすることができる歯面修整法を提案している[50]。さらに、歯車軸の変動による剛体としての一对の歯面間の干渉の有無を相対全曲率の値を用いて調査している[51]。久保らは、ハイポイドギヤの運転性能をシミュレーションするとき、歯面形状偏差を定義する基準の取り方について考究し、ギヤとピニオンのかみあいを計算機内で忠実に追う方法と、ギヤ歯面に共役な仮想ピニオン歯面を計算機内に創成して合成誤差の概念を導入する方法との二つに分類し、用途の違いによりそれらの方法に長所と短所のあることを報告している[52]。また、歯当たりパターンと歯面形状精度の関係、ならびにそれが接触点の軌跡、歯当たりと回転伝達誤差に及ぼす影響についての検討も行っている[53]。

これらの研究のほとんどは、歯面の接触状態をシミュレーションする研究であり、

シミュレーションで得られた歯当たりや回転伝達誤差が実際の使用条件のもとでどの程度一致するものなのかは明らかにされていない。さらに、理論的に優れた歯当たりが得られたとしても、歯切り時にはマシンセッティングに誤差を伴うため、実際の歯当たりや回転伝達誤差はシミュレーションで求めたものとは異なったものになる。そのため、マシンセッティングの誤差を検出し、それを歯切り作業にフィードバックすることができる歯車測定法を開発することが必要になる。また同時に熱処理変形にどう対処するかも問題となる。

ハイポイドギヤの測定は従来より歯当たり観察に依存していたが、近年の三次元座標測定機の普及や電子計算機によるシミュレーションの技術の発達により、歯当たり観察にとって代わる定量的測定法を確立しようとする試みがみられる。そのおもな研究は次の通りである。

藤井らはハイポイドギヤの歯面形状を置換法によって測定する方法を提案している[54]。そこでは、マスター歯車に対する被測定歯車の歯面の圧力角の差、ねじれ角の差、およびギヤとピニオン両歯車間の最適ピニオン組付け距離の差との関係を考察している。加藤らはインボリュート歯車の測定と同様にギヤとピニオン両歯車の基準歯面として仮想的に共役な歯面を採用し、その歯面に近い歯面を得ることを目的とした測定方法を提案している[55, 56]。また、この方法に従えば、歯形と歯すじのみならず歯面全体に適当に分散配置した点における分散点測定方式と、それによって得られる誤差形状の等高線表示が可能であると報告している[57]。さらに、同氏らは測定データから目標とする歯面形状を得るために必要な歯切り盤の段取り修正値を算出する方法を、ギヤとピニオン双方の場合についてそれぞれ報告している[58, 59]。一方、グリーソン社の Krenzer らはカールツァイス社と共同でハイポイドギヤ・ベベルギヤの歯面形状測定機を開発した。しかし、この測定機による測定は歯面形状をおおまかに捉えるだけで、歯切り作業へのフィードバックが困難であった。そこで、歯面の座標測定値から歯切り盤のマシンセッティングの修正値を算出し、TCA による歯当たりに近いものを得ようとするソフトウェアが G-AGE と名付けられて発表された[60]。Litvin らもまた同様に独自の方法で歯面の座標測定値からマシンセッティングの修正値を算出する方法を提案している[61, 62]。

このようにハイポイドギヤの歯面形状精度の測定法は数多く提案されているが、歯切り法の具体的理論が明確でなく、歯切り法と測定法とを一貫して取り扱うこと

ができないため、修正歯切りを行う際のマシンセッティングの変更に対してあいまいさが残っているように思われる。また、これらの研究成果は歯切りしたままの歯車についてのみしか適用できず、熱処理後の歯車の歯面形状測定に適用し、熱処理変形を定量的に捉えた例は見当たらない。そのため、歯切り理論に基づき、しかも熱処理後にも活用できる測定法の開発が必要とされている。

1.3 本論文の目的と構成

1.2 節で述べたように、ハイポイドギヤの高品質化、製作の能率化など、いわゆるこの歯車の高性能化を図るため、数多くの研究が行われている。しかし、明確な理論的根拠をもってグリーンソン方式ハイポイドギヤの歯切り法の改善がなされた研究は見当たらない。また、歯当たりや回転伝達誤差などの幾何学的特性を明らかにして、振動、騒音の低減を図ろうとする総合的な研究成果もまだないようである。さらに、熱処理、ラッピングという各工程における歯車の歯面形状の狂いに対して、どのように対処すればよいかなど明確な指針を与えることも、それを定量的に把握することもできていないのが現状である。このように多くの問題が残されているため、ハイポイドギヤの製作においては、品質管理の具体的手段についての見通しが悪く、現場技能者の経験と勘に依存する部分がいまだに残されている。

本研究は、これらの問題を解決するための一つの指針を与えるもので、ハイポイドギヤの設計・製法を確立することを目的として行うものである。

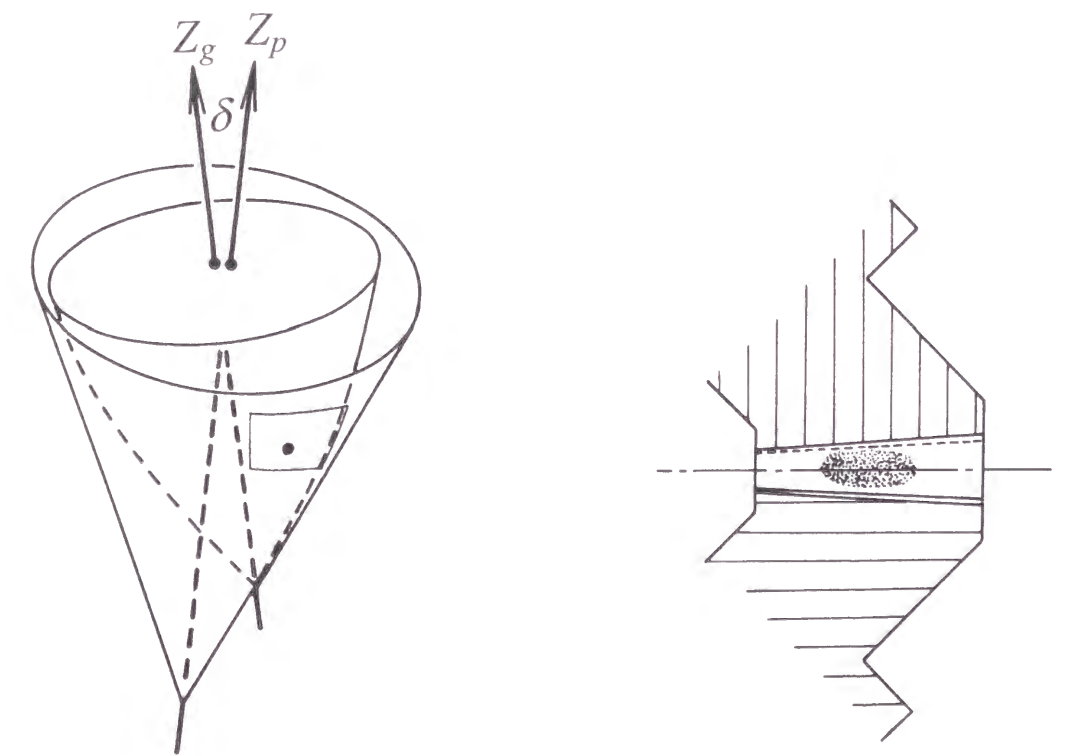
本論文では、グリーンソン方式ハイポイドギヤの歯切り法の改善を目的とした新しい歯切り法を提案し、その歯切りを実現するための設計法を示す。そして、この歯切り法による歯車の幾何学的特性、歯切り誤差の検出、ならびに熱処理変形対策について理論と実験の両面より検討を行う。また、自動車用ハイポイドギヤは大量生産されることを踏まえ、生産性向上を目的としたハイポイドギヤのデュープレックス歯切り法も提案する。

本論文は7章より構成されており、以下、各章の概要は次の通りである。

第2章では、グリーンソン方式ハイポイドギヤの歯切り法を改善した新しい歯切り

法を提案し、その歯切りを実現するための設計法を示す。

1.1 節で述べたように、グリーンソン方式ハイポイドギヤの歯切り法は、ギヤ歯面を工具歯車刃面として直接創成法でピニオンを歯切りすることを基本にしているが、ギヤ歯面とピニオン歯切り用工具歯車刃面の二つの円すい面は互いに歯（刃）面間に干渉が生じるような接触形態にならざるを得ない。そこで本法では、ギヤ歯切り用工具の切れ刃を従来の直線から曲率半径の大きな円弧に変更する。すなわち、ギヤ歯切り用工具歯車刃面を円すい面からごくわずかに膨らませたりへこませたりしたような曲面、擬円すい面に変更する。ピニオン歯切り用工具歯車刃面は従来どおり円すい面である。このように工具歯車刃面に円すい面と擬円すい面を用いると、図1.3(a)に示すように、歯がこう配歯であっても歯面干渉によって生じる歯車の非共役性を回避することができる。そのため、歯切りした歯車対をかみあわせたとき、図1.3(b)に示すように二段当たりが生ぜず、かつ指定した点を中心に必ず歯当たり



(a) Relation between conical surface and pseudo-conical surface

(b) Tooth bearing

Fig. 1.3 Avoidance of interference

を得ることができるようになる。また、自動車用ハイポイドギヤに不可欠な歯面修整効果も期待できる。さらに、歯切りする歯面の共役歯面からの偏りがわかり、回転伝達誤差を支配する歯面修整量もある程度調節できる。これにより、歯切りの設計の見通しが格段によくなり、試行歯切りがほとんど不要になる。

本法では、かみあいには関与しない無効な歯面の発生を防ぐため、設計基準点をピニオン歯底円すい上、すなわち実際のギヤ歯先円すいより頂げき分だけ空間側にある仮のギヤ歯先円すい上に定める。普通はこの設計基準点を歯面中央部付近に定め、その点で歯車の歯すじ方向を定めると同時にその点を中心に歯当たりが得られるようにするが、本研究では、ギヤの歯すじを定めるための基準の点として扱い、歯当たりの中心点は別に定める。

この理論に基づき、具体例について歯切りの設計を行い、歯車諸元と歯切り時のマシンセッティングを算出し、歯切り実験を行った結果、無効な歯面は生ぜず、かつ指定した点を中心に歯当たりを得ることができた。これにより、本法の有効性を確認した。

第3章では、ハイポイドギヤの歯切り誤差を検出する方法を提案する。

ハイポイドギヤを歯切りするとき、工具やワークを所定の位置および姿勢で歯切り盤に正しく取付ける必要があるが、歯切り盤の構造が複雑でその動作を高精度にすることが容易でないため、普通その取付けには誤差を伴う。また、歯切り盤それぞれには固有の構造的あるいは製造上の誤差があるため、たとえその取付けを正確に行ったとしても、歯切りした歯車の歯面は設計した歯面とは異なった形状のものになる。本章では、歯切り時の工具やワークの取付け位置ならびに姿勢の誤差と、歯切り盤固有の動作の誤差とを含めて、いわゆる歯切り誤差として検出する方法を提案し、この方法を第2章の歯切り法によるハイポイドギヤの歯切り誤差の検出に適用する。この方法は、ハイポイドギヤの歯面上の多数点の座標を三次元座標測定機で測定し、その測定値群に最もよく適合するように、工具やワークの取付け位置と姿勢の関数として表される理論歯面を最小二乗法によって推定することにより、歯切り誤差を逆算するものである。第2章の歯切り法によるハイポイドギヤの歯切り誤差をこの方法により検出し、その誤差を補正して修正歯切りを行った結果、設計歯面に近いハイポイドギヤ歯面を得ることができた。

第4章では、ハイポイドギヤの熱処理変形の検出とそれを見込んだ歯切りについて述べる。

ハイポイドギヤは歯面強度を高めるために熱処理をして用いられるが、熱処理したハイポイドギヤの歯面は熱処理変形し、設計した歯面とは異なった形状のものになっていると考えられる。本章では、第3章で提案した歯切り誤差検出法によって熱処理前後のハイポイドギヤの歯面形状を三次元座標測定機で測定し、その測定値群から熱処理変形量を求め、それを歯切り誤差に含めて検出することを試みた。これにより、本研究におけるハイポイドギヤの熱処理変形は歯切り誤差に含めて取り扱うことができることが明らかになった。したがって、熱処理変形を歯切り誤差に含めて検出し、これを補正して修正歯切りを行えば、熱処理後に設計歯面に近い歯面を得ることができることも明らかになった。

第5章では、静的状態におけるハイポイドギヤの回転伝達誤差の測定方法を提案するとともに、第2章の歯切り法によるハイポイドギヤの回転伝達誤差の特性を理論と実験の両面より明らかにする。

歯車の回転伝達誤差は従来より振動、騒音の発生に大きな影響を及ぼすといわれている。回転伝達誤差の測定には、これまでほとんどの場合ロータリエンコーダが用いられている。しかし、ロータリエンコーダには微小な回転角度を測定するための分解能や読み取り精度の問題があり、回転伝達誤差の振幅と基本的な周波数構成を検出するのにとどまっている。そこで本章では、ハイポイドギヤの回転伝達誤差をオートコリメータを用いて測定する方法を提案する。この方法は、測定に長時間を必要とする欠点はあるが、回転伝達誤差を原理的方法により測定でき、測定精度が極めて高い利点がある。本法によって第2章の歯切り法によって歯切りされたハイポイドギヤの回転伝達誤差を測定した結果、回転伝達誤差の変動の様子をカットフラットが明確に検出できるほど高精度に測定できることを実証した。そして、歯車の歯面形状の修整による非共役性は、ギヤの1歯毎のかみあいを周期とする回転伝達誤差を生じ、それは鋸歯状ではなく放物線状に変化すること、第2章の歯切り法によるハイポイドギヤは組付け誤差に対して鈍感であることを示し、その測定結果を理論計算により裏付けた。この結果は、本歯切り法による歯車が回転伝達誤差をある程度自由に調節できることを意味し、本歯切り法によって回転伝達誤差の小さい歯車を得ることができることを示すものである。

第6章では、自動車用ハイポイドギヤは大量生産されることに注目し、生産性を向上させることを目的としたデュープレックス歯切り法を提案し、その歯切りを実現するための設計法を示す。

グリーンソン方式ハイポイドギヤの歯切り工程では、ギヤとピニオンともにそれぞれ荒歯切りと仕上げ歯切りの二段階で加工される。ギヤの荒、仕上げ歯切りならびにピニオンの荒歯切りは凸・凹両歯面（歯すじ方向の形状が凸の歯面を凸歯面といい、歯すじ方向の形状が凹の歯面を凹歯面という）を同時に歯切りする、いわゆる広刃法（Spread-blade method）で行われるが、ピニオンの仕上げ歯切りは凹・凸歯面を別々に歯切りする、いわゆる片刃法（Single-side method）で行われている。第2章で提案する歯切り法も同様である。これに対して、デュープレックス歯切り法は、ギヤのみならずピニオンの仕上げ歯切りにまで、広刃法を適用する方法である。本章ではまず、ギヤ歯切り用工具の切れ刃を曲率半径の大きな円弧にすると、デュープレックス歯切りが理論的に可能になり、第2章の歯切り法と同様な歯面修整効果を得ることができることを示す。次いで、デュープレックス歯切りを実現するための設計法の具体的手順について述べる。そして、具体例についてその手順に従って歯切りの設計を行い、デュープレックス条件を満足する工具諸元とマシンセッティングを算出した。さらに、算出した諸元の工具を用いてそのマシンセッティングのもとで歯切り実験を行い、この歯車の歯切り誤差を第3章の方法によって検出し、この方法の有効性を確認した。

第7章では、本研究によって得られた結論を要約する。

以上、本論文は、ハイポイドギヤの設計・製法を確立することを目的として、修整歯面を有するハイポイドギヤの歯切り法を提案したものであり、この方法による歯車の幾何学的特性、歯切り誤差の検出、熱処理変形対策について理論と実験の両面より検討を加え、その工業的実用性、有用性を評価したものである。その結果、ハイポイドギヤの設計・製作に関する見通しが格段によくなるとともに、設計・製作に対する一つの指針を与えることができた。

参 考 文 献

- [1] 日本工業標準調査会編，JIS B0102-1988，歯車用語，(1988)，p. 10，日本規格協会。
- [2] 仙波正荘，歯車（第1巻），(1961)，p. 111，日刊工業新聞社。
- [3] 仙波正荘，歯車（第4巻），(1961)，p. 1183，日刊工業新聞社。
- [4] 歯車便覧編集委員会編，歯車便覧，(1962)，p. 740，日刊工業新聞社。
- [5] Townsend, D. P., Dudley's Gear Handbook Second Edition: The Design, Manufacture, and Application of Gears, (1991), pp. 23. 32-23. 36, McGraw-Hill, New York.
- [6] 会田俊夫，歯車の技術史，(1970)，p. 20，開発社。
- [7] Olivier, T., Théorie Géométrique des Engrenages, (1842), Paris.
- [8] Resal, H., Sur la denture de l'engrenage hyperboloïdal, Comptes Rendus, 117, (1893), pp. 391-399.
- [9] Crain, R., Schraubenräder mit Geradlinigen Eingriffsflächen, Werkstattstechnik, pp. 81-99.
- [10] Disteli, M., Über die Verzahnung der Hyperboloidräder mit geradlinigem Eingriff, Z. Math. Phys., 59, (1910), pp. 244-298.
- [11] Stewart, A. L. and Wildhaber, E., The Design and Manufacture of Hypoid Gears, American Machinist, Vol. 64, No. 22, (1926), pp. 857-862.
- [12] Stewart, A. L. and Wildhaber, E., Hypoid Gears, Machinery, 32, (1926), pp. 865-867.
- [13] Stewart, A. L. and Wildhaber, E., Design, Production and Application of the Hypoid Rear-Axle Gear, Journal of the Society of Automotive Engineers, Vol. 10, No. 4, (1927), pp. 464-467.
- [14] Wildhaber, E., Basic Relationship of Hypoid Gears I, American Machinist, 90, (1946), pp. 108-111.
- [15] Wildhaber, E., Basic Relationship of Hypoid Gears II, American Machinist, 90, (1946), pp. 131-134.
- [16] Wildhaber, E., Basic Relationship of Hypoid Gears III, American Machinist, 90, (1946), pp. 132-135.
- [17] Wildhaber, E., Basic Relationship of Hypoid Gears VI- Tooth Contact, American

- Machinist, 90, (1946), pp. 110-114.
- [18] Wildhaber, E., Basic Relationship of Hypoid Gears V- Conjugate Pitch Surfaces, American Machinist, 90, (1946), pp. 150-152.
- [19] Wildhaber, E., Basic Relationship of Hypoid Gears VI- Gear Tooth Sliding, American Machinist, 90, (1946), pp. 106-110.
- [20] Wildhaber, E., Basic Relationship of Hypoid Gears VII- Skew Hypoid Gears, American Machinist, 90, (1946), pp. 104-106.
- [21] Wildhaber, E., Basic Relationship of Hypoid Gears VIII- Design for Duplex Cutting, American Machinist, 90, (1946), pp. 122-128.
- [22] Baxter, M. L., High-Reduction Hypoids, Types Applications Simplified Design, Machine Design, 33, (1961), pp. 142-150.
- [23] Baxter, M. L., Effect of Misalignment on Tooth Action of Bevel and Hypoid Gears, ASME Paper, 61-MD-20, (1962).
- [24] Spear, G. M., King, G. B., and Baxter, M. L., Helixform Bevel and Hypoid Gears, Trans. ASME, Journal of Engineering for Industry, 59-A-90, (1960), pp. 179-190.
- [25] Spear, G. M. and Baxter, M. L., Adjustment Characteristics of Spiral Bevel and Hypoid Gears, ASME Paper, 66-MECH-17, (1967).
- [26] Baxter, M. L., Exact Determination of Tooth Surfaces for Spiral Bevel and Hypoid Gears, AGMA Semi-Annual Meeting, 139.02, (1966).
- [27] 和栗明, 歯車の設計・製作とその耐久力, (1982), p. 89, 養賢堂.
- [28] 酒井高男, ハイポイド歯車の歯形に関する研究, 日本機械学会論文集 (第 4 部), 21 巻 102 号, (1955), pp. 164-170.
- [29] 本間晃・廣川純夫, 歯当たりを考慮した等高歯ハイポイドギヤの歯切り法に関する研究 (第 1 報, 歯切り理論), 日本機械学会論文集 (C 編), 57 巻 542 号, (1991), pp. 3326-3332.
- [30] 本間晃・廣川純夫・山本章, 歯当たりを考慮した等高歯ハイポイドギヤの歯切り法に関する研究 (第 2 報, 接触点軌跡), 日本機械学会論文集 (C 編), 61 巻 586 号, (1995), pp. 2573-2579.
- [31] 伊藤紀男・高橋幸一, 等高歯ハイポイドギヤに関する研究 (第 1 報, 歯切り設計諸元計算法), 日本機械学会論文集 (C 編), 61 巻 582 号, (1995), pp. 373-379.
- [32] 伊藤紀男・野村和弘, 等高歯ハイポイドギヤに関する研究 (第 2 報, 歯切り

- 条件と歯当たりパターン), 日本機械学会論文集 (C 編), 61 巻 582 号, (1995), pp. 380-385.
- [33] Gleason Works, Understanding Tooth Contact Analysis, Publication No. SD3139A, (1978), Rochester, New York, U. S. A.
- [34] Krenzer, T. J., Tooth Contact Analysis of Spiral Bevel and Hypoid Gears under Load, SAE Technical Paper, No. 810688, (1981).
- [35] Sugimoto, M., Maruyama, N., Nakayama, A., and Hitomi, N., Trans. ASME, Journal of Mechanical Design, Vol. 113, (1991), pp. 182-187.
- [36] Litvin, F. L. and Gutman, Y., A Method of Local Synthesis of Gears Grounded on the Connections Between the Principal and Geodetic Curvatures of Surfaces, Trans. ASME, Journal of Mechanical Design, Vol. 103, (1981), pp. 114-125.
- [37] Litvin, F. L. and Gutman, Y., Methods of Synthesis and Analysis for Hypoid Gear-Drives of “Formate” and “Helixform” Part 1. Calculations for Machine Settings for Member Gear Manufacture of the Formate and Helixform Hypoid Gears, Trans. ASME, Journal of Mechanical Design, Vol. 103, (1981), pp. 83-88.
- [38] Litvin, F. L. and Gutman, Y., Methods of Synthesis and Analysis for Hypoid Gear-Drives of “Formate” and “Helixform” Part 2. Machine Setting Calculations for the Pinions of Formate and Helixform Gears, Trans. ASME, Journal of Mechanical Design, Vol. 103, (1981), pp. 89-101.
- [39] Litvin, F. L. and Gutman, Y., Methods of Synthesis and Analysis for Hypoid Gear-Drives of “Formate” and “Helixform” Part 3. Analysis and Optimal Synthesis Methods for Mismatch Gearing and its Application for Hypoid Gears of “Formate” and “Helixform”, Trans. ASME, Journal of Mechanical Design, Vol. 103, (1981), pp. 102-113.
- [40] Litvin, F. L., Chen, Jui-Sheng, Sep, T. M., and Wang, Jyh-Chiang, Computerized Simulation of Transmission Errors and Shift of Bearing Contact for Face-Milled Hypoid Gear Drive, Trans. ASME, Journal of Mechanical Design, Vol. 117, (1995), pp. 262-268.
- [41] 杉本正毅・丸山昇・人見宣輝, ハイポイドギヤのトポロジカル歯当り解析, 日本機械学会第 68 期全国大会講演論文集, Vol. E, No. 900-59, (1990), pp. 19-21.
- [42] 高橋幸一・伊藤紀男, ハイポイドギヤ歯面の接触に関する研究 (第 1 報, 三

- 次の線接触曲面と歯当りについて)，日本機械学会論文集（C 編），50 巻 456 号，(1984)，pp. 1439-1448.
- [43] 高橋幸一・伊藤紀男，ハイポイドギヤ歯面の接触に関する研究（第 2 報，接触線と歯すじを含む三次曲面について），日本機械学会論文集（C 編），50 巻 456 号，(1984)，pp. 1449-1457.
- [44] 高橋幸一・伊藤紀男，ハイポイドギヤ歯面の接触に関する研究（第 3 報，三次曲面の創成歯切りについて），日本機械学会論文集（C 編），51 巻 462 号，(1985)，pp. 381-389.
- [45] 高橋幸一・伊藤紀男・崎田俊典，ハイポイドギヤの精密歯切りに関する研究（第 1 報，ギヤの歯切りについて），日本機械学会論文集（C 編），51 巻 468 号，(1985)，pp. 2074-2082.
- [46] 高橋幸一・伊藤紀男・崎田俊典，ハイポイドギヤの精密歯切りに関する研究（第 2 報，ピニオンの創成歯切りについて），日本機械学会論文集（C 編），51 巻 468 号，(1985)，pp. 2083-2091.
- [47] Wang, X. C., Ghosh, S. K., and Wu, X. T., A Direct Method for Calculating Geometric Parameters of Tooth Surfaces up to and Including Third Order, European Journal of Mechanical Engineering, Vol. 38, No. 1, (1993), pp. 23-31.
- [48] Wang, X. C., Ghosh, S. K., and Wu, X. T., A Direct Method for Determining the Parameters of Mating Tooth Surfaces According to Predetermined Contact Situations, European Journal of Mechanical Engineering, Vol. 38, No. 3, (1993), pp. 145-149.
- [49] Wang, X. C., Ghosh, S. K., and Wu, X. T., A Simple Method of Obtaining Machine-Setting Parameters for Spiral Bevel and Hypoid Gears, European Journal of Mechanical Engineering, Vol. 38, No. 4, (1993), pp. 173-179.
- [50] 島地重幸・今橋直樹，ハイポイドギヤの歯面修正法に関する研究，日本機械学会論文集（C 編），57 巻 536 号，(1991)，pp. 1341-1345.
- [51] 島地重幸・小川恭範・今橋直樹，軸変位歯車としてのハイポイドギヤの歯面（歯面の干渉に関する一調査），日本機械学会論文集（C 編），57 巻 536 号，(1991)，pp. 1324-1328.
- [52] 久保愛三・樽谷一郎・Gosselin, C.・野中鉄也・青山昇・汪中厚，ハイポドギヤ・ベベルギヤの運転性能解析法（第 1 報，歯面形状定義基準面のとり方と解析法），日本機械学会論文集（C 編），62 巻 599 号，(1996)，pp. 2833-2841.

- [53] 久保愛三・樽谷一郎・Gosselin, C.・野中鉄也・青山昇・汪中厚，ハイポイドギヤ・ベベルギヤの運転性能解析法（第 2 報，歯面形状定義基準面のとり方がシミュレーション精度に及ぼす影響），日本機械学会論文集（C 編），62 巻 599 号，(1996)，pp. 2842-2850.
- [54] 藤井康治・島地重幸，円錐型まがりば歯車の形状測定に関する研究（置換法によるハイポイドピニオン組立距離の測定），日本機械学会第 54 期全国大会講演論文集，No. 760-17, (1976)，pp. 129-131.
- [55] 加藤昭悟，ハイポイド・ギヤ歯面形状測定法の研究，トヨタ技術，29 巻 3 号，(1979)，pp. 262-270.
- [56] Kato, S. and Akamatsu, T., Measuring Method of Hypoid Gear Tooth Profiles, SAE Technical Paper, No. 810105, (1982).
- [57] 赤松利章・加藤昭悟，ハイポイドギヤ歯面形状測定法の研究，日本機械学会第 14 回シンポジウム講演論文集，No. 780-2, (1978)，pp. 121-126.
- [58] 加藤昭悟・久保愛三，歯面形状測定データによるハイポイドギヤ成形歯切り盤段取り修正値算出法，日本機械学会論文集（C 編），59 巻 563 号，(1993)，pp. 2245-2250.
- [59] 加藤昭悟，創成歯切りハイポイドギヤの歯面形状修正法の研究，日本機械学会第 74 期全国大会講演論文集，Vol. IV, No. 96-15, (1996)，pp. 145-146.
- [60] Krenzer, T. J. and Knebel, R., Computer Aided Inspection of Bevel and Hypoid Gears, SAE Technical Paper, No. 831266, (1983).
- [61] Litvin, F. L., Zhang, Yi., Kieffer, J., and Handschuh, R. F., Identification and Minimization of Deviations of Real Gear Tooth Surfaces, Trans. ASME, Journal of Mechanical Design, Vol. 113, (1991), pp. 55-62.
- [62] Litvin, F. L., Kuan, C., Wang, J. C., and Handschuh, R. F., Masseth, J., and Maruyama, N., Minimization of Deviations of Gear Real Tooth Surfaces Determined by Coordinate Measurement, Trans. ASME, Journal of Mechanical Design, Vol. 115, (1993), pp. 995-1001.

第2章 ハイポイドギヤ歯切りの新設計法

2.1 緒言

自動車用ハイポイドギヤは，負荷を受けたときの歯車箱や軸，軸受の変形に伴う歯車軸の相対的位置変動を許容しつつ，静粛なかみあいをすることが求められる．歯車軸の相対的位置変動は歯面の片当たりを引き起こし，騒音を発生させるから，それを防止するために普通は歯面に歯形修整と歯すじ方向のクラウニングを施す．このことと，第1章 1.1 節の図 1.2 に示したグリーンソン方式ハイポイドギヤの歯面の二段当たり傾向を避けるため，歯面形状の修整をしなければならない．

大きく歯面修整したハイポイドギヤは機構学的に考えると非定速比で点接触かみあいをする非共役歯車になる[1]．これより自動車用ハイポイドギヤの歯切り法を考えると，二通りの考え方ができる．一つは非共役歯車に歯面修整を施して希望する歯車を得ようとする考え方であり，もう一つは，定速比で線接触かみあいをする共役歯車に歯面修整を施そうとする考え方である．これら二つの考え方の違いは基準となる歯面の取り方にある．前者の場合，歯切りする歯車と歯切り盤の構造から決まる歯面が基準歯面であり，歯がこう配歯であるとギヤとピニオンは非共役歯車にならざるを得ない．後者の場合，ギヤの基準歯面は前者の場合と同じであるが，ピニオン歯切り用工具の切れ刃が工具軸まわりに旋回して形成する曲面（以後，刃面という）をギヤ歯面と仮想的に一致するようにし，その刃面をもつ工具で創成される歯面がピニオンの基準歯面になる．そのため，ギヤとピニオンは共役歯車になる．自動車用ハイポイドギヤはほとんどがグリーンソン方式で歯切りされているが，その考え方は前者に属する．

第1章 1.1 節で述べたように，グリーンソン方式ハイポイドギヤの歯切り法は，直接創成法でピニオンを歯切りすることを基本にしているが，こう配歯であることが原因で，ギヤ歯面とピニオン歯切り用工具歯車刃面とは歯（刃）面間に干渉が生じるような接触形態にならざるを得ない．そのため，ギヤとピニオンは歯面どうしに干渉のある非共役歯車となる．グリーンソン方式の歯切り法はこの非共役歯車に適当な歯面修整を施して希望する歯車を得ようとしている．歯面修整は歯当たりと回転伝達誤差を調べながらピニオン歯面に施すが，このほかにも歯面干渉回避や歯切り盤の精度を考慮しつつこれを行わなければならない，修整作業は非常に複雑になる．

そのため，画一的な修整法が見出せず，結局は現場技能者の経験と勘に依存せざるを得なくなっている[2, 3]．

本章では，この状況の改善を目的として共役歯車に歯面修整を施す考え方に基づいたハイポイドギヤの新しい歯切り法を提案し，その歯切りを実現するための設計法を示す．この方法では歯当たりの中心位置が指定でき，回転伝達誤差を支配する歯面修整量もある程度調節できる．しかし，歯面の中央部に設計基準点を設けて，その点で歯車の歯すじ方向をピニオンとギヤの間の相対速度方向に一致するようにし，かつ歯面法線を相対速度と直交させると，ピニオン歯面に無効な歯面が発生することがある．そこで本章では，この原因を明らかにするとともに，無効歯面の生じない歯切りを実現するための設計法について述べる．

2.2 基本的な考え方

グリーンソン方式ハイポイドギヤのフォーメイト歯切り法[4]のように工具歯車刃面を円すい面に限定した場合，これでギヤを成形歯切りし，ギヤ歯面（円すい面）でピニオン歯面を直接創成したとすれば，ギヤとピニオンは共役な歯車になる．等高歯のハイポイドギヤではギヤ歯面とピニオン歯切り用工具歯車刃面とを一致させることができるから，このような共役歯車の歯切りは可能である．ここでは，この共役歯車に歯面修整を施すことを考える．修整はギヤ歯面に施すが，そのためにグリーンソン方式で円すい面であったギヤ歯切り用工具歯車刃面の円すい母線を曲率半径の大きな円弧に変更する．すなわちギヤ歯面として，円すい面をわずかに膨らませたような擬円すい面を採用する．ピニオン歯切り用工具歯車刃面はグリーンソン方式と同じく円すい面とする．そのようにすると，図 2.1 に示すようにギヤ歯面上の任意の点 Q_m でピニオン歯切り用工具歯車刃面である円すい面を歯（刃）面間に干渉が生じないような接触形態で点接触させることができる．よって，円すい面で創成されたピニオン歯面はギヤ歯面と点 Q_m では，瞬間的ではあるが定速比の点接触かみあいをし，その点を中心に歯当たりが必ず得られる．点 Q_m 以外では歯面修整のため非定速比の点接触かみあいをする．したがって回転伝達誤差を生じるが，それは歯面修整量に依存するから，ある程度調節可能である．

さて，本研究で歯切り目標とする歯車対はこう配歯のハイポイドギヤである．

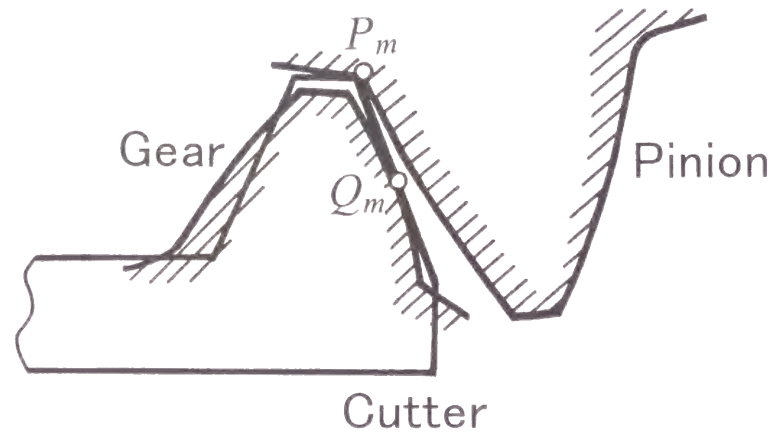


Fig. 2. 1 Center point of tooth bearing and design point

歯がこう配歯であるとギヤ歯面である擬円すい面の軸とピニオン歯切り用工具歯車刃面である円すい面の軸とは食い違うが、本歯切り法ではギヤ歯面を擬円すい面をしているから、前述の円弧の曲率半径の大きさと二曲面の配置の仕方によっては、軸が食い違っていても歯（刃）面間に干渉が生じないような接触形態にすることができる。よって、等高歯のハイポイドギヤで実現できる歯面修整がそのままこう配歯の場合に適用できる。すなわち、共役歯車に歯面修整を施すことが可能になる。

ところで、歯当たりの中心点 Q_m を歯面の中央部に設けてその点を設計基準点にとり、ギヤの歯すじ方向を定めるのが普通であるが、本法では図 2. 1 に示すように点 Q_m とは別の点 P_m をピニオン歯底円すい上に定め、設計基準点とする。この設計基準点 P_m は実際のギヤ歯先円すいより頂げき分だけ空間側にある仮のギヤ歯先円すい上にあることになる。設計基準点が決まると、この点におけるピニオンとギヤの間の相対速度ベクトルも決まるから、ギヤの歯すじ方向を相対速度方向に一致するように定める。このようにすれば無効な歯面の発生を防ぐことができる。これについては 2.4 節で具体的に議論する。なお、図 2. 1 ではピニオン歯面とギヤ歯面とは離れているが、この瞬間、両歯面はどこかの点で点接触している。かみあいが進行すればピニオン歯面はギヤ歯面上の点 Q_m と必ず接触する。

以上が本章で提案する歯切り法の基本的な考え方であるが、結局のところ、本歯切り法はギヤ歯切り用工具歯車刃面を擬円すい面にし、ピニオン歯切り用工具歯車刃面を従来どおり円すい面にすることにして、それらの刃面をどのように配置するかという、いわゆるマシンセッティングの問題に帰着する。

2.3 切れ刃の形成する曲面

ギヤ歯切り用工具歯車刃面およびピニオン歯切り用工具歯車刃面となる曲面はグリーンソン方式で用いられている環状フライスカッタによって実現される。

図 2. 2 はギヤ歯切り用カッタの内・外両切れ刃とギヤの歯溝の両側にある凸・凹歯面との関係を示している。カッタの内切れ刃は凸歯面を、外切れ刃は凹歯面をそれぞれ歯切りする。また、2.2 節で述べたように、本研究で用いるギヤ歯切り用カッタの内・外両切れ刃は曲率半径の大きな円弧であり、それらの切れ刃はカッタ軸まわりに旋回して擬円すい面を形成する。

図 2. 3 に円弧切れ刃とそれが擬円すい面を形成する過程を示す。 $O_c-x_cy_cz_c$ はカッタに設定した座標系で、 z_c 軸はカッタ軸である。 O_c はカッタ中心である。 R はカッタ半径、 W はポイント幅である。 S' は外刃ポイント幅増加量（シム厚さ）であり、内・外切れ刃の間隔はこれによって調節できる。 γ_1' 、 γ_2 は外・内切れ刃の傾き角、 (y_0, z_0) 、 (y_0', z_0') は円弧曲率中心の座標、 r 、 r' は円弧の曲率半径である。 θ 、 θ' は

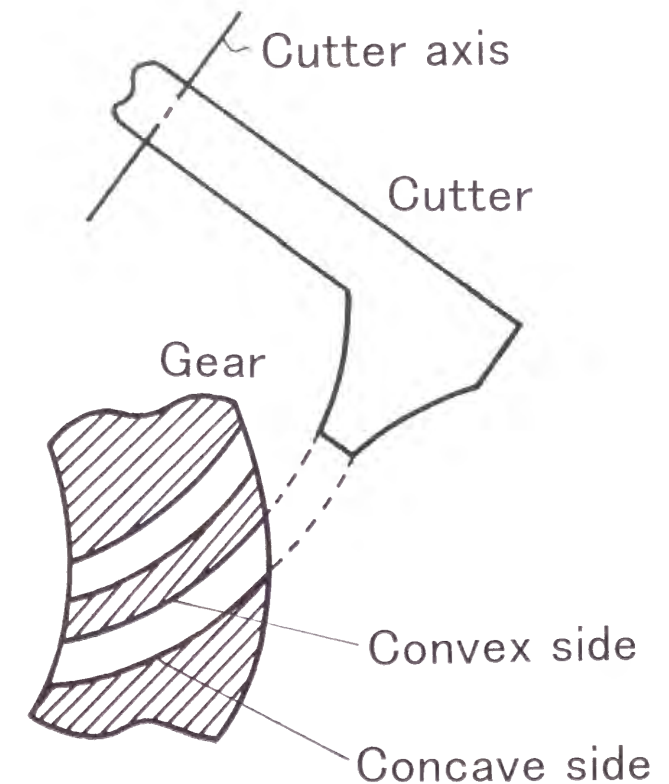


Fig. 2. 2 Convex side and concave side of gear tooth surface

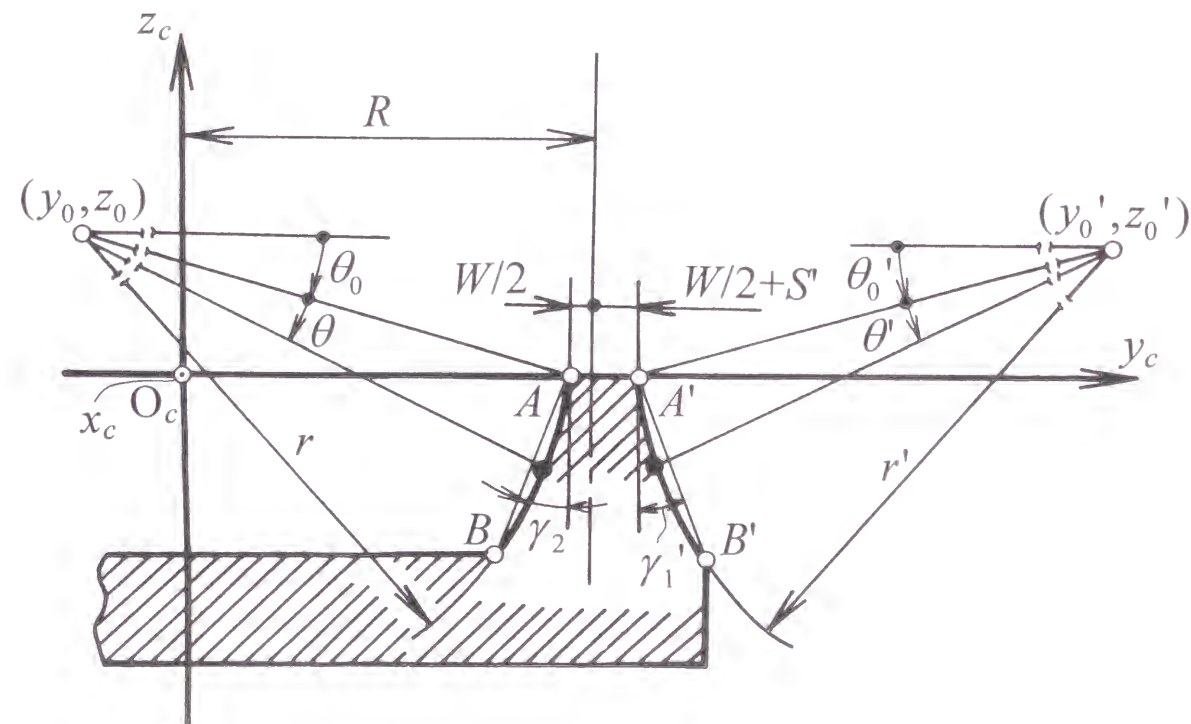


Fig. 2.3 Shape of cutting edges of face-mill type of cutter in ring gear cutting

切れ刃曲線上の位置を, u , u' は切れ刃の旋回角を意味する. 擬円すい面は二つのパラメータ u と θ あるいは u' と θ' によって表される.

内切れ刃の円弧は $x_c = 0$ なる平面内で点 $A(0, R-W/2, 0)$ と $B(0, R-W/2-R\tan\gamma_2/8, -R/8)$ を通るものとした. そのときには,

$$\begin{aligned} y_0 &= R - \frac{W}{2} - \frac{R \tan \gamma_2}{16} - \sqrt{r^2 \cos^2 \gamma_2 - \left(\frac{r}{16}\right)^2} \\ z_0 &= \sqrt{r^2 \sin^2 \gamma_2 - \left(\frac{R \tan \gamma_2}{16}\right)^2} - \frac{R}{16} \end{aligned} \quad (2-1)$$

また, θ_0 は図 2.3 に示す通りで,

$$\tan \theta_0 = \frac{z_0}{R - \frac{W}{2} - y_0} \quad (2-2)$$

外切れ刃の円弧は点 $A'(0, R+W/2+S', 0)$ と $B'(0, R+W/2+S'+R\tan\gamma_1'/8, -R/8)$ を通るものとした. そのときの y_0' , z_0' , θ_0' は y_0 , z_0 , θ_0 と同様にして次式で求められる.

$$\begin{aligned} y_0' &= R + \frac{W}{2} + S' + \frac{R \tan \gamma_1'}{16} + \sqrt{r'^2 \cos^2 \gamma_1'^2 - \left(\frac{R}{16}\right)^2} \\ z_0' &= \sqrt{r'^2 \sin^2 \gamma_1' - \left(\frac{R \tan \gamma_1'}{16}\right)^2} - \frac{R}{16} \\ \tan \theta_0' &= \frac{z_0'}{y_0' - R - \frac{W}{2} - S'} \end{aligned} \quad (2-3)$$

一方, ピニオン歯切り用カッタの切れ刃直線は, 図 2.4 に示すように前述の θ , θ' に代わって直線状の位置を表すパラメータ v , v' によって表される.

さて, カッタの内・外切れ刃をカッタ軸まわりに旋回させたときの軌跡すなわち切れ刃の形成する曲面 (以後, カッタ刃面という) を O_c - $x_c y_c z_c$ で表すと, ギヤの

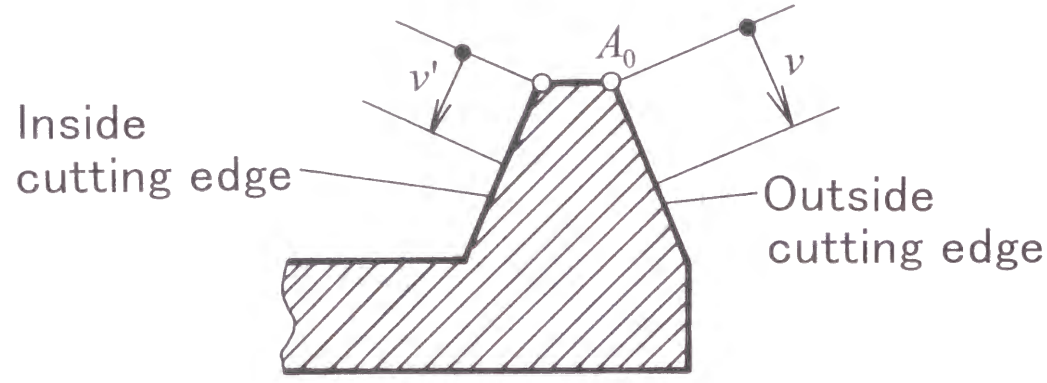


Fig. 2.4 Shape of cutting edges of face-mill type of cutter in pinion cutting

凸・凹歯面を歯切りするカッタ刃面 \mathbf{X}_{gc} , \mathbf{X}_{gc}' , およびピニオンの凹・凸歯面を歯切りするカッタ刃面 \mathbf{X}_{pc} , \mathbf{X}_{pc}' は次式で示される.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{X}_{gc}(u_g, \Theta_g) &= \begin{bmatrix} -r \cos \Theta_g \sin u_g - y_0 \sin u_g \\ r \cos \Theta_g \cos u_g + y_0 \cos u_g \\ -r \sin \Theta_g + z_0 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{X}_{gc}'(u_g', \Theta_g') &= \begin{bmatrix} r' \cos \Theta_g' \sin u_g' - y_0' \sin u_g' \\ -r' \cos \Theta_g' \cos u_g' + y_0' \cos u_g' \\ -r' \sin \Theta_g' + z_0' \end{bmatrix} \\
 \mathbf{X}_{pc}(u_p, v_p) &= \begin{bmatrix} -v_p \sin \gamma_{1p} \sin u_p - \left(R + \frac{W}{2} + S_p\right) \sin u_p \\ v_p \sin \gamma_{1p} \cos u_p + \left(R + \frac{W}{2} + S_p\right) \cos u_p \\ v_p \cos \gamma_{1p} \end{bmatrix} \\
 \mathbf{X}_{pc}'(u_p', v_p') &= \begin{bmatrix} v_p' \sin \gamma_{2p}' \sin u_p' - \left(R - \frac{W}{2}\right) \sin u_p' \\ -v_p' \sin \gamma_{2p}' \cos u_p' + \left(R - \frac{W}{2}\right) \cos u_p' \\ v_p' \cos \gamma_{2p}' \end{bmatrix} \\
 \Theta_g &= \theta_g + \theta_0, \quad \Theta_g' = \theta_g' + \theta_0'
 \end{aligned} \tag{2-4}$$

ここに、添字 g , p , c はそれぞれギヤ, ピニオン, カッタに関することを意味し, 「 $'$ 」はギヤ凹歯面とピニオン凸歯面に関することを意味する. 式(2-4)で示され

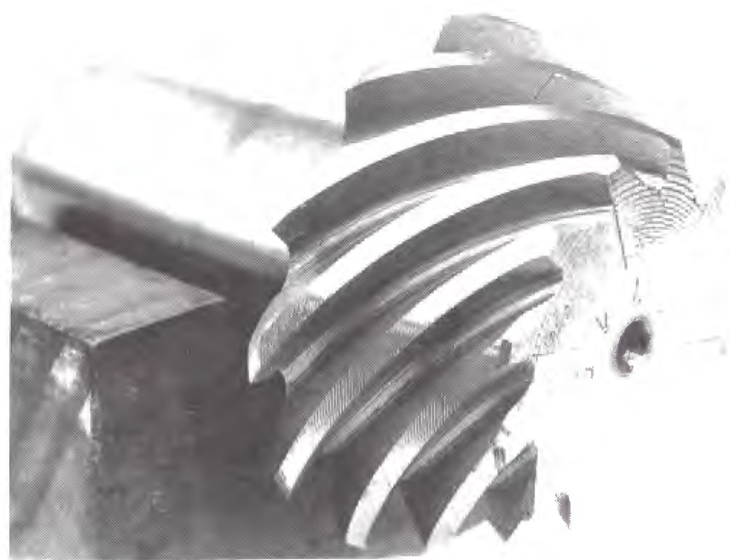
ている各カッタ刃面の単位面法線ベクトルは, 切れ刃の旋回する方向と切れ刃曲(直)線方向の両者に垂直である. よって, 各カッタ刃面の単位面法線ベクトルをそれぞれ $N_{gc}(u_g, \Theta_g)$, $N_{gc}'(u_g', \Theta_g')$, $N_{pc}(u_p)$, $N_{pc}'(u_p')$ とすると, 次式で求められる.

$$\begin{aligned}
 N_{gc}(u_g, \Theta_g) &= \frac{\partial \mathbf{X}_{gc}}{\partial u_g} \times \frac{\partial \mathbf{X}_{gc}}{\partial \Theta_g} = \begin{bmatrix} \sin u_g \cos \Theta_g \\ -\cos u_g \cos \Theta_g \\ \sin \Theta_g \end{bmatrix} \\
 N_{gc}'(u_g', \Theta_g') &= \frac{\partial \mathbf{X}_{gc}'}{\partial u_g'} \times \frac{\partial \mathbf{X}_{gc}'}{\partial \Theta_g'} = \begin{bmatrix} \sin u_g' \cos \Theta_g' \\ -\cos u_g' \cos \Theta_g' \\ -\sin \Theta_g' \end{bmatrix} \\
 N_{pc}(u_p) &= \frac{\partial \mathbf{X}_{pc}}{\partial u_p} \times \frac{\partial \mathbf{X}_{pc}}{\partial v_p} = \begin{bmatrix} -\cos \gamma_{1p} \sin u_p \\ \cos \gamma_{1p} \cos u_p \\ -\sin \gamma_{1p} \end{bmatrix} \\
 N_{pc}'(u_p', v_p') &= \frac{\partial \mathbf{X}_{pc}'}{\partial u_p'} \times \frac{\partial \mathbf{X}_{pc}'}{\partial v_p'} = \begin{bmatrix} -\cos \gamma_{2p}' \sin u_p' \\ \cos \gamma_{2p}' \cos u_p' \\ \sin \gamma_{2p}' \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{2-5}$$

2.4 無効歯面

2.1 節で述べたように, 設計基準点を歯面の中央部に設け, その点で歯車の歯すじ方向を相対速度方向に一致するようにすると, ピニオン歯面には図 2.5 に示すように設計基準点より歯元側に無効な歯面が発生する. 図 2.5 では, (a)が無効歯面の写真, (b)がそれを拡大したもの, (c)が無効歯面のスケッチ図をそれぞれ示している. 本節ではこの無効歯面の発生原因を明らかにする.

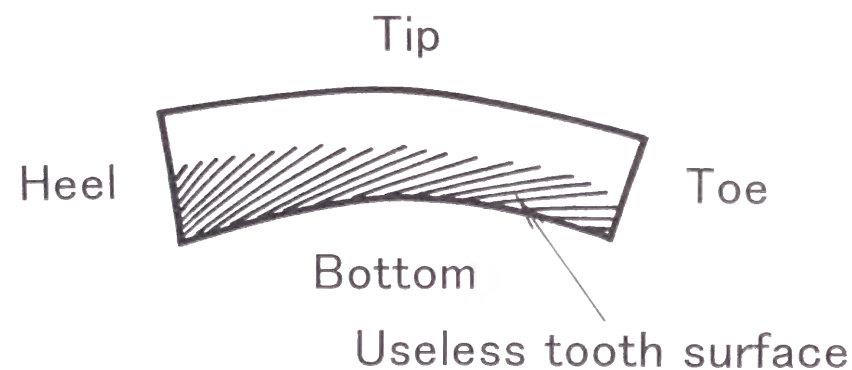
ピニオン歯切り用カッタの切れ刃形状を示す図 2.4 では, A_0 はカッタ刃先上の角の点である. カッタの外切れ刃はカッタ軸まわりに旋回して2.3節式(2-4)の $\mathbf{X}_{pc}(u_p, v_p)$ で示される円すい面を形成するとともに, 円すい面 \mathbf{X}_{pc} を刃面とする工具歯車は工具歯車軸まわりに回転しつつピニオンブランクに歯面を創成する. なお, 円すい面 \mathbf{X}_{pc} は適当な位置および姿勢で工具歯車に取付けられているものとする. 工具歯車の回転角を創成角ということにし, これを φ とする. いま創成比を i とすると, 図 2.6 に示すように, 創成角が φ の瞬間ピニオンはピニオン軸まわりに $i\varphi$ だけ回



(a) Photograph of useless tooth surface



(b) Specially magnified detail photograph



(c) Sketch of useless tooth surface

Fig. 2.5 Useless tooth surface of pinion

転している．このとき，ピニオンと工具歯車刃面とはある線で接触している．この線のことを歯面創成線ということにする．創成線上の点でピニオンと工具歯車刃面とが離れず食い込まないためには，その点における両者の間の相対速度ベクトルを W ，両歯車歯（刃）面の単位面法線ベクトルを N_c とすると， N_c と W が垂直でなければならないという，いわゆる接触の条件式

$$N_c \cdot W = 0 \quad (2-6)$$

を満足しなければならない[5, 6]．図 2.7 に，創成角が φ の瞬間の歯面創成線を，工具歯車刃面上でみた状態を示す．創成線上の点とその位置を変えると，それに伴いカッタ外切れ刃のカッタ軸まわりの旋回角を表す u_p と切れ刃直線上の位置を表す v_p の値は，切れ刃の存在範囲内で変わる．そして，それに伴って，円すい面 $X_{pc}(u_p, v_p)$ 上の点とその位置を変える．切れ刃の存在範囲は $v_p \geq 0$ である．一方，この瞬間，カッタ刃先上の角点 A_0 はカッタ軸まわりに旋回して円運動をする．すなわち，円すい面 $X_{pc}(u_p, v_p)$ 上における $v_p = 0$ の点の軌跡は円になる．したがって，図 2.7 に示すようにこの瞬間の点 A_0 の軌跡と創成線とは一点で交わることになる．

さて，工具歯車が工具歯車軸まわりに回転すると，歯面創成線はその位置を変えピニオン歯面を包絡する．図 2.8 は，創成角 φ が $\varphi_1, \varphi_2, \dots$ と順次変化したときに現れる歯面創成線 G_1, G_2, \dots および点 A_0 の軌跡 L_1, L_2, \dots をピニオンに固着した座標系でみたものである．軌跡 L_1, L_2, \dots において，破線で示した部分は創成線と共有しない領域であるから空間側にある．点 P_I は創成角 φ_1 の瞬間の創成線 G_1 と点 A_0 の軌跡 L_1 の交点である．創成線 G_1 の現れる範囲は P_I までである．一方，同じ瞬間，点 A_0 はピニオン歯底の点 P_H を創成している．すなわち，点 A_0 を含むカッタ刃先がカッタ軸まわりに旋回して形成する平面の単位面法線ベクトルを N_e とすると，点 P_H において N_e と W との間に接触の条件式

$$N_e \cdot W = 0 \quad (2-7)$$

を満足しなければならない．しかしながら，点 P_I と点 P_H とは一般には一致しないから，図 2.8 の陰影部で示したような創成線の現れない部分が生じる．陰影部で示した領域は，カッタ刃先上の角点 A_0 が点刃物のように作用して細い筋状の切削

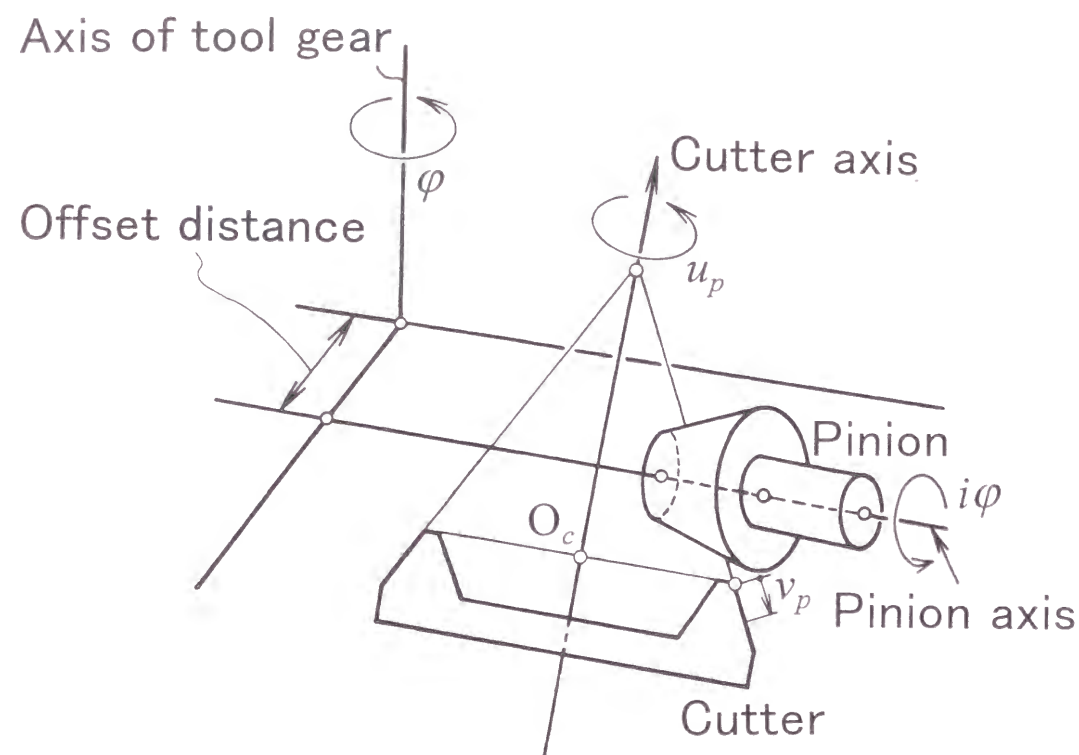


Fig. 2.6 Generation of pinion tooth surface

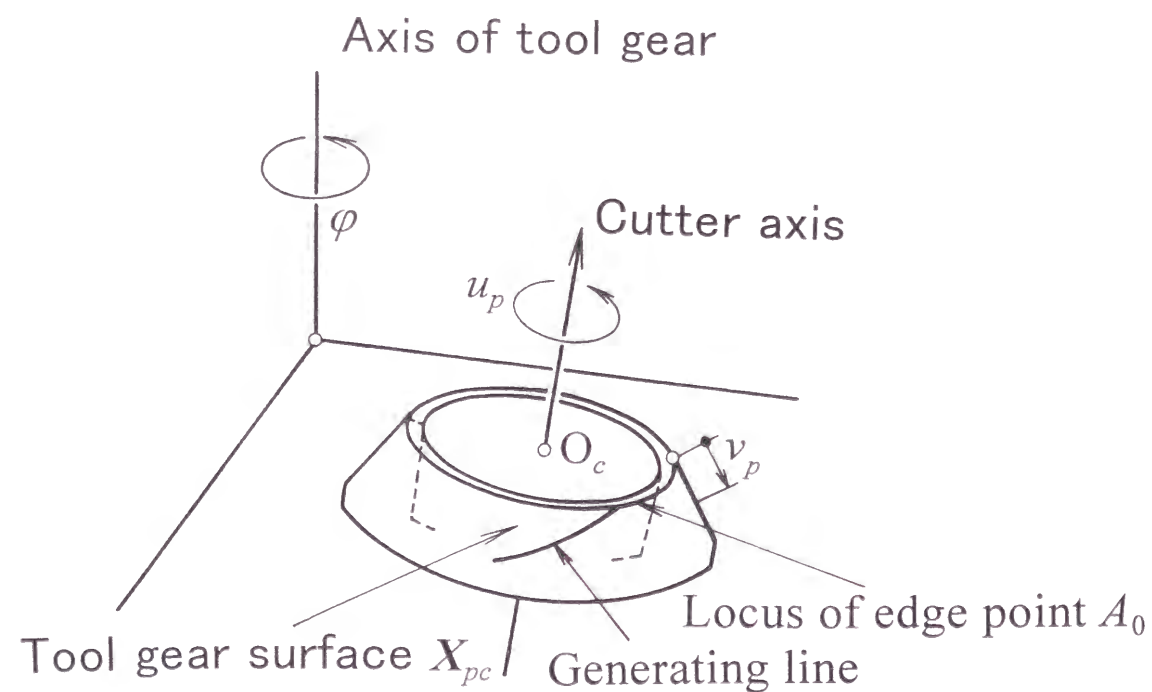


Fig. 2.7 Locus of point A_0 and generating line

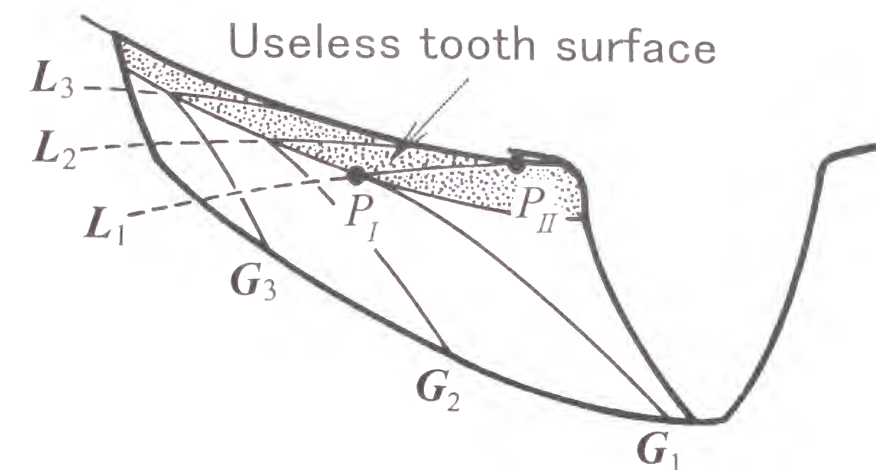


Fig. 2.8 Cause of appearance of useless tooth surface

痕を残し、その切削痕が集まって一つの曲面を形成したものである。この曲面はかみあいには関与しない曲面である。よって、この曲面を無効歯面ということにする。無効歯面の発生を防ぐためには、点 P_I と点 P_{II} が一致するように、点 P_I がピニオン歯底にくるようにする。そのためには、点 P_I において式(2-6)と式(2-7)の双方を満足するように円すい面がピニオン歯面を創成し、かつカッタ刃先がピニオン歯底を創成するようにすればよい。換言すれば、ピニオンのカッタ刃先稜に対する相対運動軌跡の接線方向がピニオンとギヤの間の相対速度方向に一致するようにすればよい。

無効歯面が生じる場合、創成角 φ が刻々変化したときのカッタ刃先上の角点 A_0 の軌跡 L は無効歯面を、歯面創成線 G はピニオン歯面を作るが、各瞬間の L と G はともに刃面上にあることから、無効歯面と歯面とはなめらかにつながった形のものになる。

一方、ハイポイドピニオンには平歯車に生じるような切り下げも生じる。図 2.9 に示すように、創成角 φ が $\varphi_1, \varphi_2, \dots$ と順次変化したときに現れる歯面創成線 G_1, G_2, \dots がピニオン歯面上で交わるとき、すなわち創成線がピニオン歯面上で停滞したとき、交点 B_0 より歯元側には創成線が現れないにもかかわらず、カッタ刃先が B_0 を越えて存在するためこれがピニオン歯面を切り下げる[7, 8]。切り下げが生じる場合、歯面と切り下げられた面とは稜線につながり、なめらかにはつながらない。

このように無効歯面と切り下げられた面とは歯元に生じる点でよく似ているが、

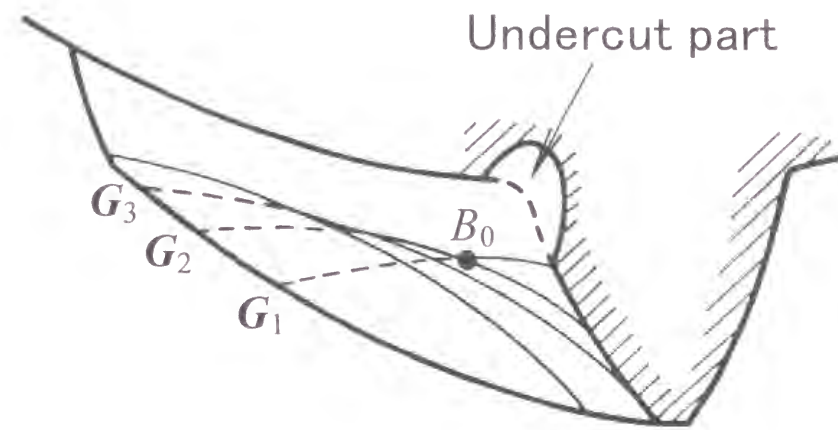


Fig. 2.9 Cause of appearance of undercut surface

その原因と現象はまったく違っている.

2.5 設計基準点

図 2.10 にハイポイドギヤとその座標系 $O\text{-}xyz$ を示す. ギヤ軸は z 軸に一致し, ピニオン軸は y 軸に平行である. また, 歯車軸の共通垂線を x 軸とする. オフセット量 e は x 軸に沿う長さで示される. $O\text{-}xyz$ でギヤとピニオンのかみあいを考えるから, この座標系をかみあい座標系ということにする. また, ピニオンの歯切りもこの座標系で考える.

ハイポイドギヤの歯切りの設計においては, 設計基準点を定め, その点で歯車の歯すじ方向が相対速度方向になるようにする[9]. そして, その点を中心に歯当たりが得られるようにするのが一般的である[8, 10, 11]. しかし, 本歯切りの設計法ではより一般的な議論を展開するため, 設計基準点をギヤの歯すじを定めるための基準の点として扱い, 歯当たりの中心点とはしない.

さて本法では, 基準点 P を定めたのち, この点を通るようにピニオン歯底円すいを定める. これによって無効歯面の発生を防ぐことができる. ギヤ歯先円すいはピニオン歯底円すいと頂げきを考慮して定めることになるが, 本法ではまず頂げきを考慮しないでギヤ歯先円すい(そのときの円すい角を λ_{gi} とする)を定める. 実際に頂げきを確保するときには, ギヤ歯先円すい角 λ_{gf} を λ_{gi} より小さくする要領で

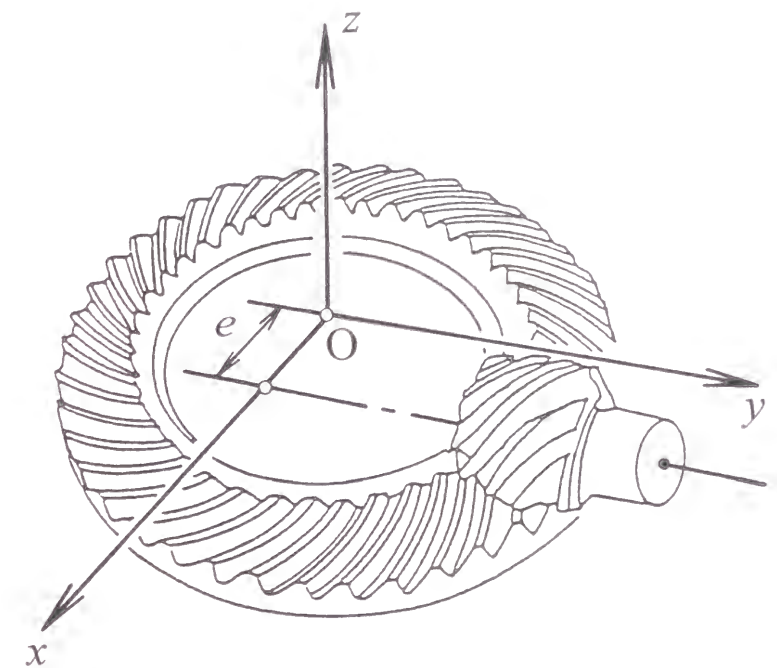


Fig. 2.10 Hypoid gears and their coordinate system

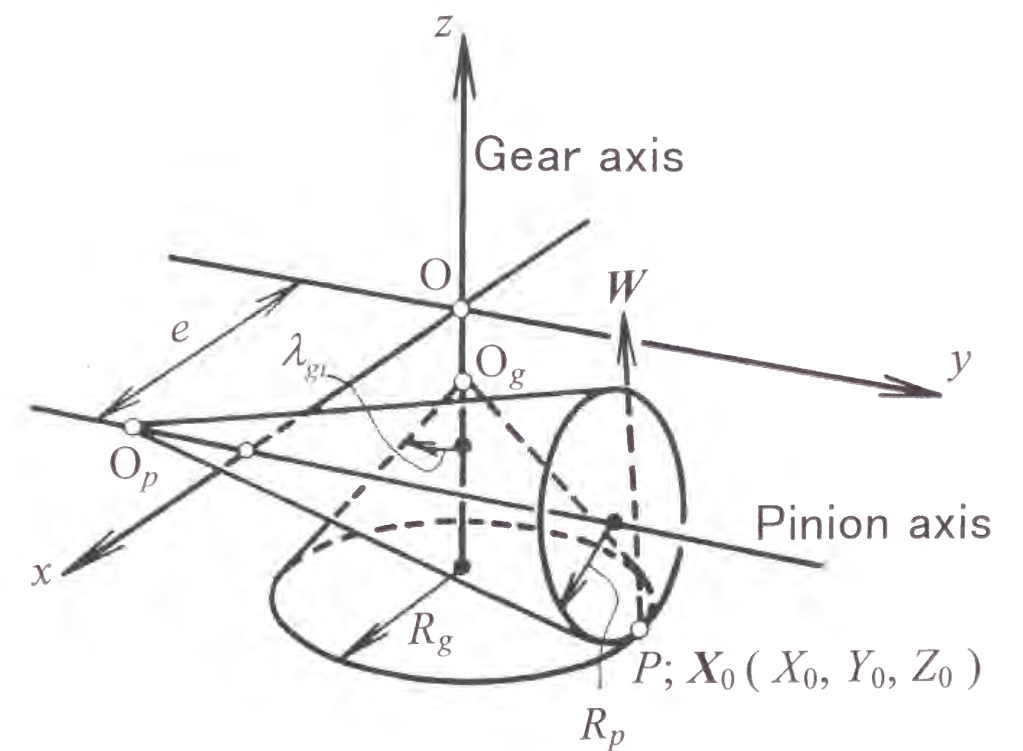


Fig. 2.11 Design point P

行う．

設計基準点 P を定めるための条件として，歯数比 i ($i \geq 1$ であり，本法では創成比に等しい)，オフセット量 e のほかに歯車の大きさに関するギヤ半径 R_g を与えるのが普通である．ところが基準点を定めるための自由度は3であるから，基準点を定めるためには R_g と，そのほかに二つの条件が必要になる．たとえば，ピニオン半径 R_p とギヤ歯先円すい角 λ_{gi} などであるが，本法ではこれらを基準点を定めるための条件として与えることにする．

かみあい座標系 O -xyz において，基準点 P の座標を (X_0, Y_0, Z_0) とし，これを位置ベクトル \mathbf{X}_0 で表すと， $\mathbf{X}_0 = (X_0, Y_0, Z_0)^T$ である． T は転置行列を意味する．図 2. 11 より，次の関係式を得る．

$$\begin{aligned} R_g^2 &= X_0^2 + Y_0^2 \\ R_p^2 &= (e - X_0)^2 + Z_0^2 \end{aligned} \quad (2-8)$$

点 P におけるピニオンとギヤの間の相対速度ベクトルを \mathbf{W} とすると， \mathbf{W} に接しギヤ軸を軸とする円すいがギヤ歯先円すいになる． \mathbf{W} は次式より求められる．

$$\begin{aligned} \mathbf{W} &= \mathbf{V}_p - \mathbf{V}_g \\ &= \boldsymbol{\omega}_p \times \mathbf{r}_p - \boldsymbol{\omega}_g \times \mathbf{r}_g \end{aligned} \quad (2-9)$$

ここに， \mathbf{V} は歯車の速度ベクトルである．また， $\boldsymbol{\omega}$ は歯車軸まわりの角速度ベクトル， \mathbf{r} は角速度ベクトルの作用線から点 P までの位置ベクトルであり，次の通りである．

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\omega}_p &= \begin{bmatrix} 0 \\ i \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\omega}_g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{r}_p &= \begin{bmatrix} X_0 - e \\ 0 \\ Z_0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{r}_g = \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2-10)$$

ギヤ歯先円すいの単位面法線ベクトル \mathbf{N}_g は \mathbf{W} と直交するから，

$$\mathbf{N}_g(X_0, Y_0) \cdot \mathbf{W}(X_0, Y_0, Z_0) = 0 \quad (2-11)$$

ここに， \mathbf{N}_g は

$$\mathbf{N}_g(X_0, Y_0) = \begin{bmatrix} \frac{X_0 \cos \lambda_{gi}}{R_g} \\ \frac{Y_0 \cos \lambda_{gi}}{R_g} \\ \sin \lambda_{gi} \end{bmatrix} \quad (2-12)$$

式(2-8)～(2-12)より X_0, Y_0, Z_0 すなわち設計基準点の位置ベクトル \mathbf{X}_0 が決まる．

相対速度ベクトル \mathbf{W} はギヤ歯先円すいのみならず，歯先円すい上の歯すじをも決める．点 P におけるねじれ角 β_g は点 P を通る円すい母線 $\overline{PO_g}$ と \mathbf{W} とのなす角であるから，母線方向の単位ベクトルを \mathbf{L}_g とすると，

$$\begin{aligned} \frac{\mathbf{W} \times \mathbf{L}_g}{|\mathbf{W}|} &= \sin \beta_g \mathbf{N}_g \\ \mathbf{L}_g &= \frac{\mathbf{N}_g \times \mathbf{V}_g}{|\mathbf{V}_g|} \end{aligned} \quad (2-13)$$

式(2-13)より β_g が決まる．また，ギヤ歯先円すいの頂点 O_g の座標 $(0, 0, z_{g0})$ を位置ベクトル \mathbf{E}_g で表すと， \mathbf{X}_0 が既知であるから z_{g0} と母線長 l_g は次式で決まる．

$$\mathbf{X}_0 + l_g \mathbf{L}_g = \mathbf{E}_g \quad (2-14)$$

l_g をかさ歯車にまねてギヤの平均円すい距離ということにする．

以上はピニオン半径 R_p とギヤ歯先円すい角 λ_{gi} とを与えて基準点の座標 (X_0, Y_0, Z_0) とギヤのねじれ角 β_g を求めたが，実は $R_p, \lambda_{gi}, \beta_g, X_0, Y_0, Z_0$ のうちから任意の二つの値を与えると残りの四つが決まるのである．

2.6 歯底円すいと歯先円すい

まず，ピニオン歯底円すいについて考える．ピニオン歯底円すいは基準点 P において相対速度ベクトル \mathbf{W} に接し，ピニオン軸を軸とする円すいである．また，点 P においてはピニオンの速度ベクトル \mathbf{V}_p もピニオン歯底円すいに接するから，その円すいの単位面法線ベクトル \mathbf{N}_p と円すい母線 $\overline{PO_p}$ の方向を示す単位ベクトル \mathbf{L}_p は図 2.12 を参照して，

$$\begin{aligned}\mathbf{N}_p &= \frac{\mathbf{W} \times \mathbf{V}_p}{|\mathbf{W} \times \mathbf{V}_p|} \\ \mathbf{L}_p &= \frac{\mathbf{V}_p \times \mathbf{N}_p}{|\mathbf{V}_p|}\end{aligned}\quad (2-15)$$

ピニオン歯底円すい上のねじれ角 β_p は \mathbf{L}_p と \mathbf{W} のなす角であるから，これも式(2-13)と同様に次式で決まる．

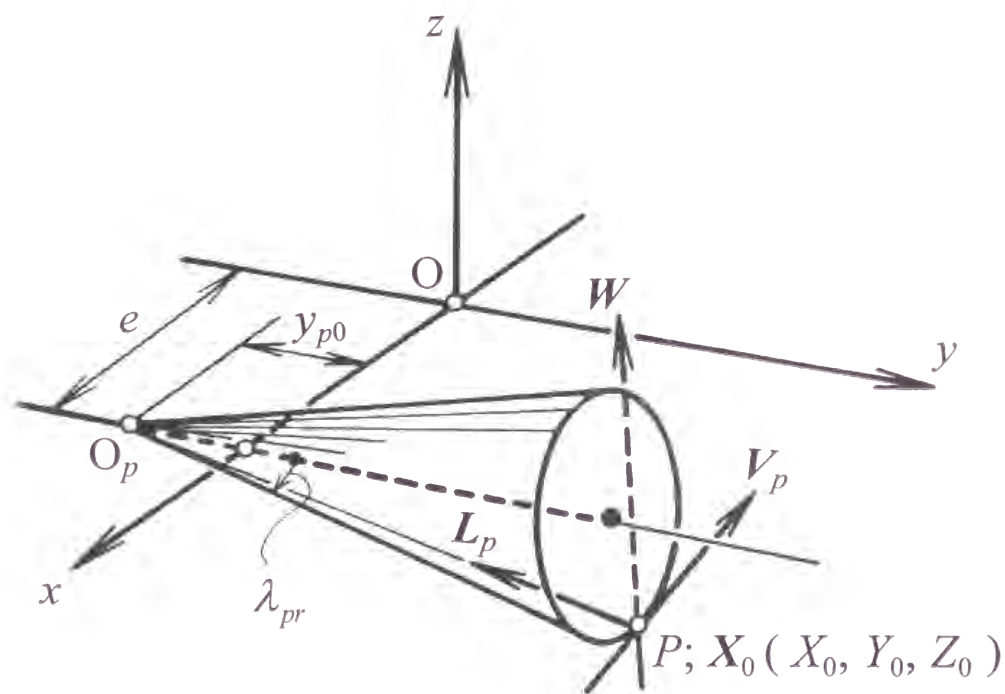


Fig. 2.12 Pinion root cone

$$\frac{\mathbf{L}_p \times \mathbf{W}}{|\mathbf{W}|} = \sin \beta_p \mathbf{N}_p \quad (2-16)$$

また，ピニオン歯底円すい角 λ_{pr} は， \mathbf{j} を y 方向の単位ベクトルとして，

$$\cos \lambda_{pr} = -\mathbf{L}_p \cdot \mathbf{j} \quad (2-17)$$

ピニオン歯底円すいの頂点 O_p の座標 $(e, y_{p0}, 0)$ を位置ベクトル \mathbf{E}_p で表すと， y_{p0} と母線長 l_p は次式で決まる．

$$\mathbf{X}_0 + l_p \mathbf{L}_p = \mathbf{E}_p \quad (2-18)$$

l_p をピニオンの平均円すい距離ということにする．

点 P からピニオン歯先までのたけ，すなわち歯たけを h_k とすれば，ピニオン歯先円すい角 λ_{pf} は，図 2.13 を参照して，

$$\lambda_{pf} = \lambda_{pr} + \frac{h_k}{l_p} \quad (2-19)$$

頂げきが零のときのギヤ歯先円すい角 λ_{gi} は設計条件として決まっているから，頂げきを b としたときのギヤ歯先円すい角 λ_{gf} は，図 2.14 を参照して次式で決まる．

$$\lambda_{gf} = \lambda_{gi} - \frac{b}{l_g} \quad (2-20)$$

以上より，ピニオン歯底円すい角 λ_{pr} ，歯先円すい角 λ_{pf} およびギヤ歯先円すい角 λ_{gf} が決まったが，ギヤ歯底円すい角 λ_{gr} はわからない． λ_{gr} は次のようにして求められる．

頂げきを零とすると，ギヤ歯底円すい \mathbf{X}_{gr} (未知) はピニオン歯先円すい \mathbf{X}_{pf} に接する．これより， \mathbf{N}_{gr} ， \mathbf{N}_{pf} を \mathbf{X}_{gr} ， \mathbf{X}_{pf} の単位面法線ベクトルとして，次式を得る．

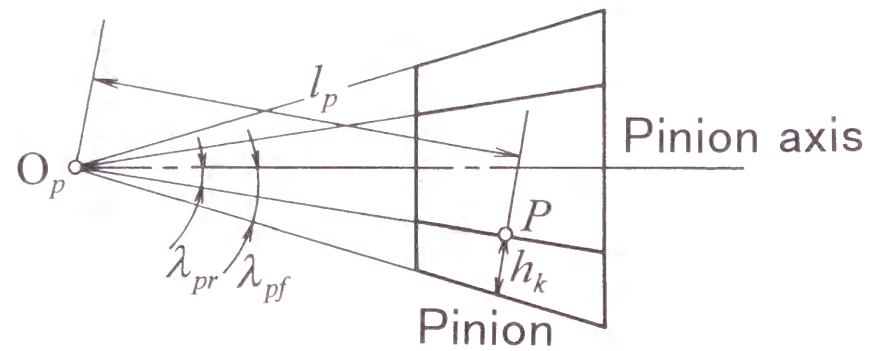


Fig. 2. 13 Root cone and face cone of pinion

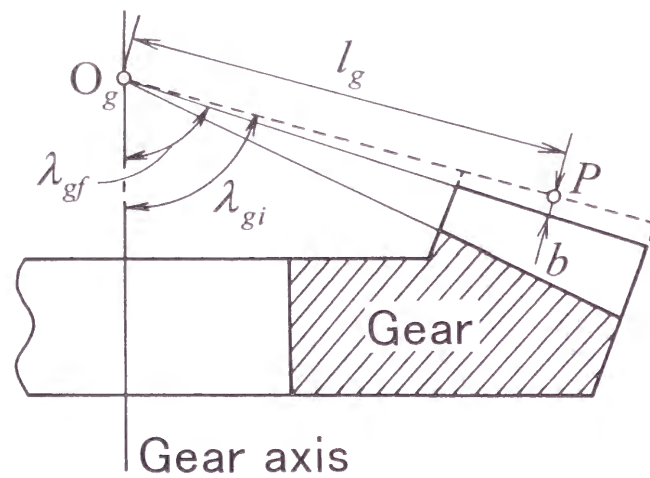


Fig. 2. 14 Temporary face cone and real face cone of ring gear

$$\begin{aligned} X_{gr} - X_{pf} &= 0 \\ N_{gr} - (-N_{pf}) &= 0 \end{aligned} \quad (2-21)$$

ここに、 Λ_{gi} をギヤ歯底円すい角、 u_{gr} , v_{gr} , u_{pf} , v_{pf} を円すい面を表すためのパラメータ（2・3節の図 2. 3, 図 2. 4 参照）として、

$$\begin{aligned} X_{gr}(u_{gr}, v_{gr}; \Lambda_{gi}) &= \begin{bmatrix} v_{gr} \sin \Lambda_{gi} \cos u_{gr} \\ v_{gr} \sin \Lambda_{gi} \sin u_{gr} \\ -v_{gr} \cos \Lambda_{gi} + z_g \end{bmatrix} \\ X_{pf}(u_{pf}, v_{pf}) &= \begin{bmatrix} v_{pf} \sin \lambda_{pf} \cos u_{pf} + e \\ v_{pf} \cos \lambda_{pf} + y_p \\ -v_{pf} \sin \lambda_{pf} \sin u_{pf} \end{bmatrix} \\ N_{gr}(u_{gr}; \Lambda_{gi}) &= \begin{bmatrix} \cos \Lambda_{gi} \cos u_{gr} \\ \cos \Lambda_{gi} \sin u_{gr} \\ \sin \Lambda_{gi} \end{bmatrix} \\ N_{pf}(u_{pf}) &= \begin{bmatrix} \cos \lambda_{pf} \cos u_{pf} \\ -\sin \lambda_{pf} \\ -\cos \lambda_{pf} \sin u_{pf} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2-22)$$

式(2-21), 式(2-22)より頂げきを零としたときの Λ_{gi} と u_{gr} , v_{gr} , u_{pf} , v_{pf} が求められる。

基準点 P における頂げきを b としたときのギヤ歯底円すい角 λ_{gr} は

$$\lambda_{gr} = \Lambda_{gi} - \frac{b}{l_g} \quad (2-23)$$

ここまでは、歯先円すいと歯底円すいの各頂点が一致する場合について考察したが、これが一致しない場合についても同様に考察できる。

2・7 ギヤの成形歯切り

図 2. 15 はハイポイドギヤを歯切りするのに用いられる歯切り盤の概略図を示し

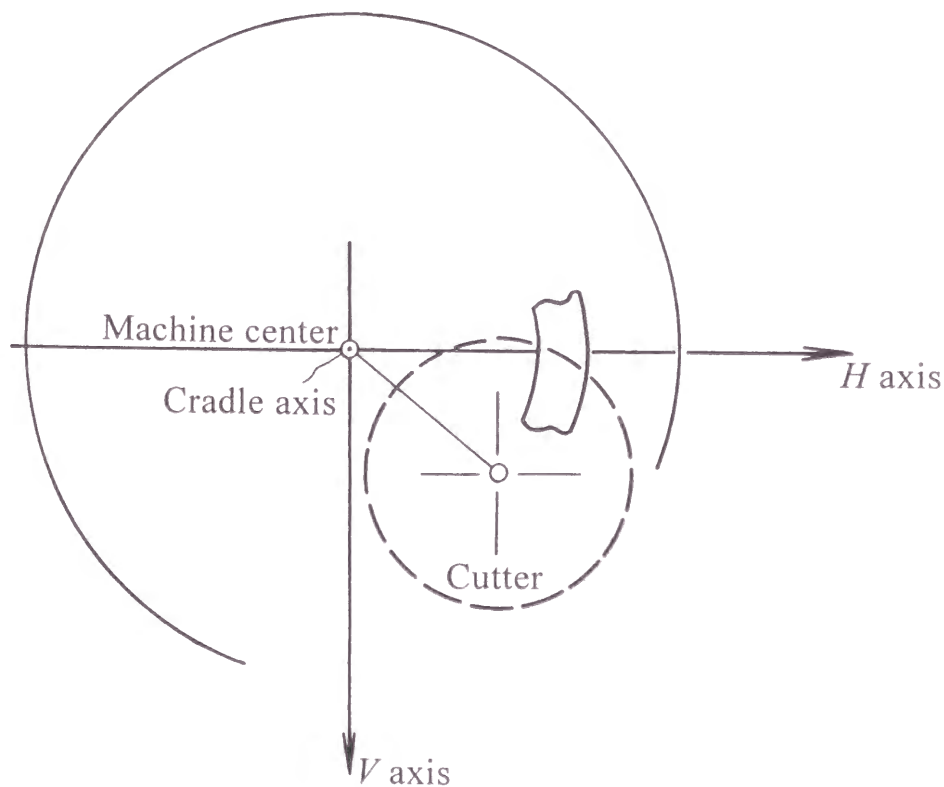
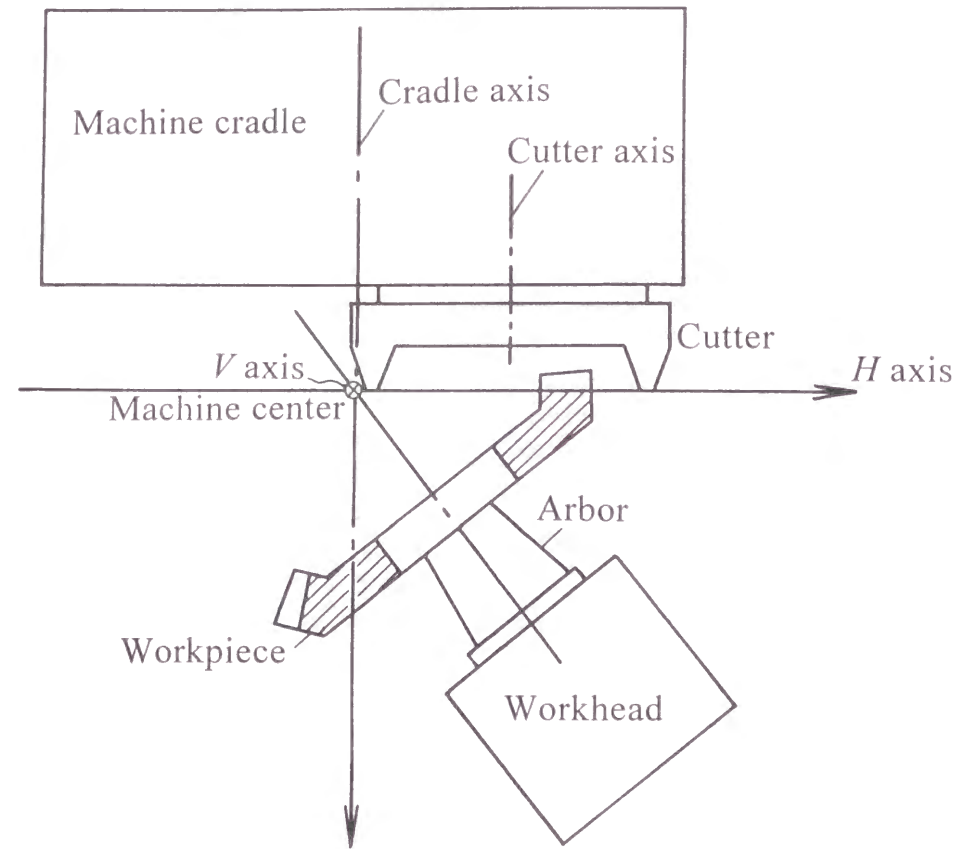


Fig. 2.15 Basic machine setup of hypoid face-mill generator

ている。カッタは揺りかご状の架台（クレードル）の上に取付けられる。創成運動を実現する場合、クレードルはワークの回転に応じてある一定の割合でクレードル軸まわりに回転する。ワークの軸とクレードルの軸とは一平面上にあり、ワークの軸はその交点である機械中心（マシンセンタ）を中心として旋回できるようになっている。なお、マシンセンタを通る垂直軸および水平軸がそれぞれ V 軸および H 軸となっている。

本歯切り法では、ギヤは成形歯切りしたまがりばかさ歯車である。ギヤ歯面はカッタ刃面の転写面であるから、カッタ刃面そのものになる。それゆえに、以下ギヤ歯面とカッタ刃面とを区別せずに擬円すい面ということにする。図 2.16 にギヤの歯切り方法を示す。 $O_m-x_my_mz_m$ は歯切り盤に設定した座標系で、 O_m はマシンセンタ、 x_m 軸は V 軸に、 y_m 軸は H 軸に、 z_m 軸はクレードル軸にそれぞれ一致している。 z_c 軸はカッタ軸で、クレードル軸に平行である。すなわち、カッタ軸は傾けない。

ところで、図 2.16 の点 P_m の位置ベクトル \mathbf{x}_0 とベクトル \mathbf{w} は、図 2.17 の $O-xyz$ における設計基準点 P の位置ベクトル \mathbf{X}_0 とその点での相対速度ベクトル \mathbf{W} とを $O_m-x_my_mz_m$ に変換したものである。その変換方法は次の通りである。

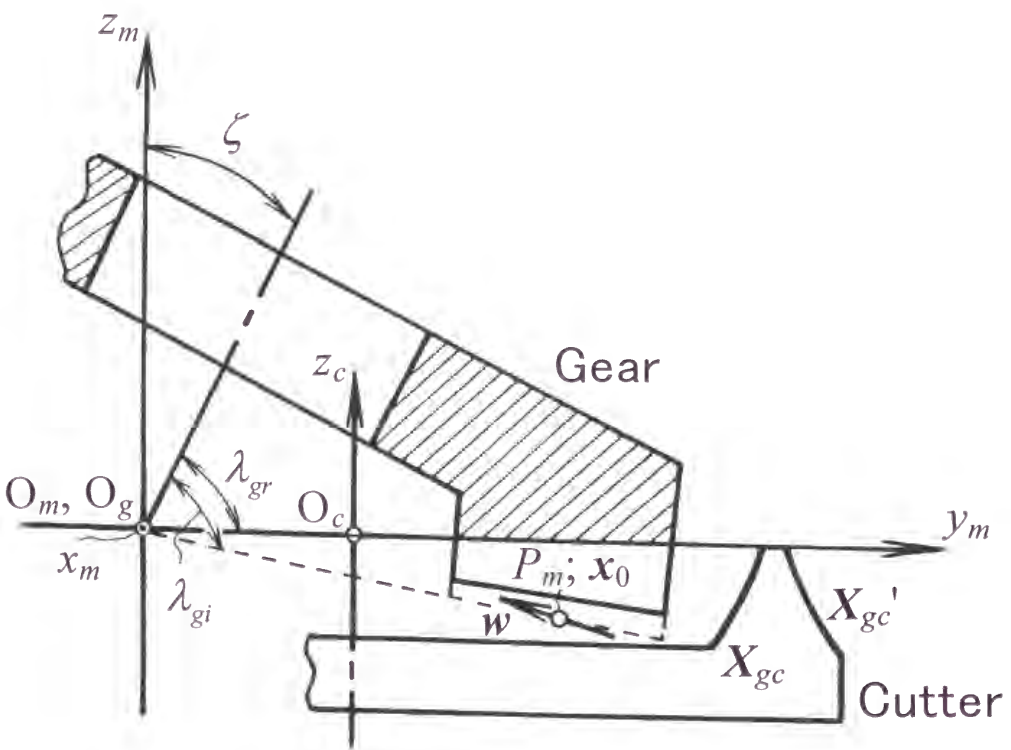
まず、図 2.17 に示すように点 P を z 軸まわりに角度 Φ だけ回転し、 yz 平面の近くにくるようにする。このようにするのは、かさ歯車がピッチ母線（Pitch surface generaror）[12] 近辺で歯切りされるのと同様に考えて、 y_m 軸近辺でギヤの歯溝を切削するためである。 n_g をギヤ歯数とすれば、

$$\Phi = \tan^{-1} \left(\frac{X_0}{Y_0} \right) + \frac{1}{4} \frac{2\pi}{n_g} \quad (2-24)$$

また、 Φ の値を式(2-24)で計算される値からわずかに変えるとカッタ切れ刃の傾き角を多少変えたような効果がギヤ歯面に生じる。

次に、ギヤブランクを z 軸方向に平行移動して頂点 O_g が原点 O にくるようにし、さらに y 軸まわりに半回転したのち、 x 軸まわりに $(\lambda_{gr} - \pi/2)$ ラジアン回転する。そうするとギヤブランクは図 2.16 に示した状態になる。このとき点 P は点 P_m に移っている。点 P_m を位置ベクトル \mathbf{x}_0 で表すと、 $\zeta = (\lambda_{gr} - \pi/2)$ とおいて、

$$\mathbf{x}_0 = \mathbf{A}(\zeta) \mathbf{B}(\pi) \{ \mathbf{C}(\Phi) \mathbf{X}_0 - \mathbf{E}_g \} \quad (2-25)$$



42


$$\begin{aligned} A(\zeta) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \zeta & -\sin \zeta \\ 0 & \sin \zeta & \cos \zeta \end{bmatrix} \\ B(\pi) &= \begin{bmatrix} \cos \pi & 0 & \sin \pi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \pi & 0 & \cos \pi \end{bmatrix} \\ C(\Phi) &= \begin{bmatrix} \cos \Phi & -\sin \Phi & 0 \\ \sin \Phi & \cos \Phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2-26)$$

43

$$\boldsymbol{w} = \boldsymbol{A}(\zeta) \boldsymbol{B}(\pi) \boldsymbol{C}(\Phi) \boldsymbol{W} \quad (2-27)$$

いま，座標系 $O_m\text{-}x_my_mz_m$ においてカッタ中心 O_c が $\boldsymbol{D}_g \equiv (V_g, H_g, 0)^T$ の位置にあるカッタ刃面 \boldsymbol{X}_{gc} , \boldsymbol{X}_{gc}' でギヤ歯面を広刃法(Spread-blade method)で成形歯切りするものとする．このとき，ギヤ凸歯面歯すじ方向を凹歯面歯すじ方向よりも優先させて考え，刃面 \boldsymbol{X}_{gc} が点 P_m で \boldsymbol{w} に接するようにする．

$$\begin{aligned} N_{gc}(u_g, \Theta_g) \cdot \boldsymbol{w} &= 0 \\ \boldsymbol{X}_{gc}(u_g, \Theta_g) + \boldsymbol{D}_g - \boldsymbol{x}_0 &= 0 \end{aligned} \quad (2-28)$$

式(2-28)は 4 本のスカラ式から成っているので，これらの式を解くことによって四つの未知数 V_g , H_g と u_g , Θ_g を決めることができる．すなわち，カッタ・マシンセッティング \boldsymbol{D}_g を決めることができる．この \boldsymbol{D}_g でギヤ凸歯面を歯切りするが，広刃法でギヤを歯切りするので凹歯面も同時に歯切りされる．

2.8 ピニオンの歯切り

ピニオンはギヤ凸歯面をカッタ刃面 \boldsymbol{X}_{gc} で，ギヤ凹歯面をカッタ刃面 \boldsymbol{X}_{gc}' でそれぞれ置き換えて，片刃法によって直接創成歯切りする．よって，ピニオンの歯切りは凹歯面と凸歯面とを別々に考える必要がある．

2.8.1 ピニオン凹歯面の歯切り

ギヤ凸歯面上の点 Q_m を中心に歯当たりを得るため，ピニオン凹歯面歯切り用のカッタ刃面 \boldsymbol{X}_{pc} が点 Q_m でギヤ凸歯面と点接触するようにする．そのためにまず，ギヤ凸歯面上に点 Q_m の位置を定める．点 Q_m の位置は，図 2. 18 に示すように $\overline{O_m Q_m}$ を母線とする円すいの半頂角 λ_{g0} と，点 Q_m からギヤ軸までの距離を表すギヤ半径 R_{g0} とを指定することで決定できる．図の状態における点 Q_m の位置ベクトルを \boldsymbol{x} とすれば，図 2. 16 および式(2-28)を参照して，

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{A}^{-1}(\zeta) \{ \boldsymbol{X}_{gc}(u_{g0}, \Theta_{g0}) + \boldsymbol{D}_g \} \quad (2-29)$$

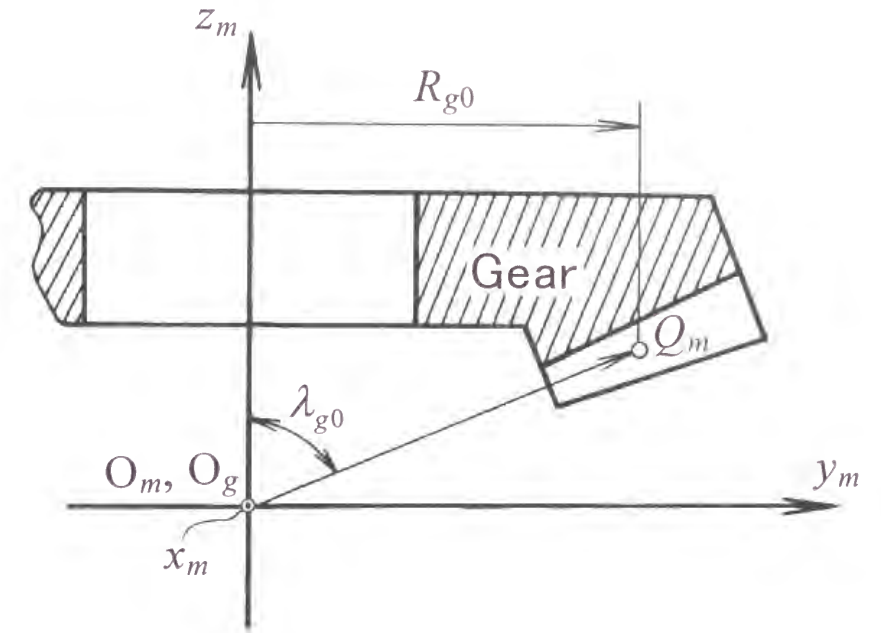


Fig. 2. 18 Designation of center point of tooth bearing

\boldsymbol{x} の各成分を x , y , z とし，次式を満足する u_{g0} , Θ_{g0} を求める．

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= R_{g0}^2 \\ z &= \frac{R_{g0}}{\tan \lambda_{g0}} \end{aligned} \quad (2-30)$$

この u_{g0} , Θ_{g0} から，座標系 $O_m\text{-}x_my_mz_m$ における点 Q_m の位置ベクトル \boldsymbol{x}_{m0} が次式で決まる．

$$\boldsymbol{x}_{m0} = \boldsymbol{X}_{gc}(u_{g0}, \Theta_{g0}) + \boldsymbol{D}_g \quad (2-31)$$

ところで，図 2. 19 に示すように，ギヤ凸歯面上の点 Q_m で点接触しているカッタ刃面 \boldsymbol{X}_{pc} の刃先は頂げきを確保しつつピニオン歯底を削るから，カッタ軸 z_c を z_m 軸に対して x_m 軸まわりに角度 δ だけ傾けなければならない． δ は x_m 軸まわりの回転角で，

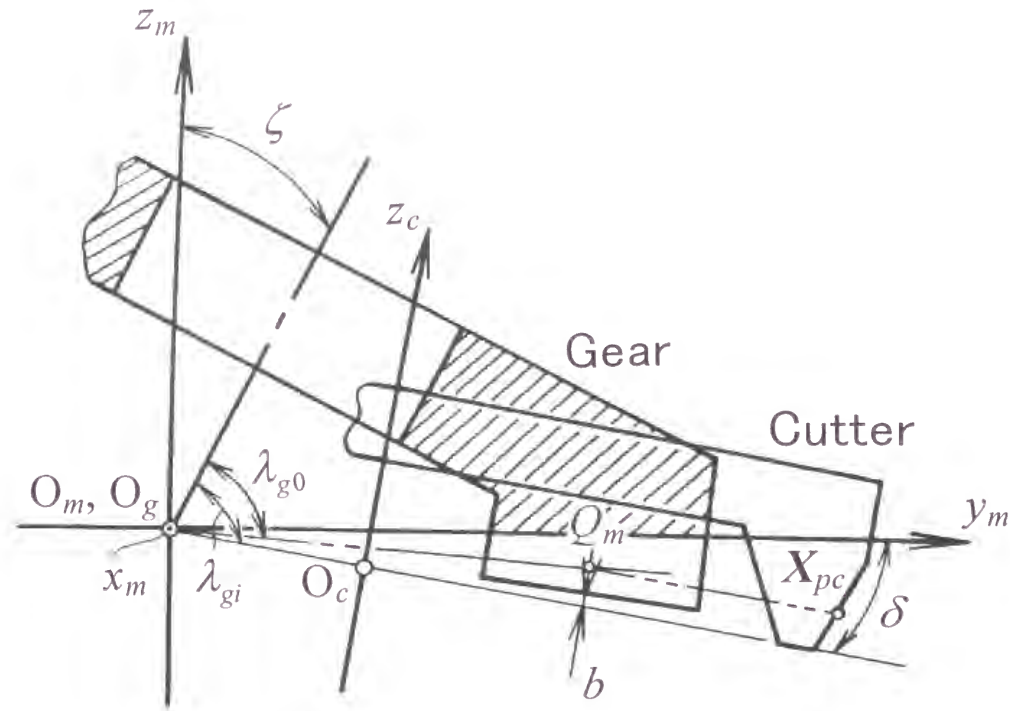


Fig. 2.19 Sketch showing the cutter used for pinion generation and the ring gear

$$\begin{aligned}\delta &= \lambda_{gr} - \lambda_{gf} - \frac{b}{l_{g0}} \\ l_{g0} &= \frac{R_{g0}}{\sin \lambda_{g0}}\end{aligned}\quad (2-32)$$

さらに、 z_c 軸は y_m 軸まわりにも回転することができるから、角度 δ 傾けたのち微小角度 Δ だけ y_m 軸まわりに回転して傾けることを許すものとする。微小角度 Δ 傾けることによって、カッタ切れ刃の傾き角をわずかに変えたような効果がピニオン歯面に生じる。しかし、 Δ の絶対値が大きく正（負）のときには、ピニオン大端の歯底が浅く（深く）なる代わりに小端の歯底が深く（浅く）なり、ギヤ歯先と干渉を起こす可能性がある。いずれにせよ、 Δ と 2.7 節式(2-24)の Φ の値を調節することによって、圧力角の調節がある程度できるようになる。このことは、カッタ・ブレードを既存のもので間に合わせることができるようになることを意味する。 Δ はいまのところ未知である。このような条件のもとで、カッタ刃面 \mathbf{X}_{pc} をギヤ凸歯面と点接触させるものとする。このとき、座標系 $O_m-x_my_mz_m$ においてカッタ中心 O_c が

$\mathbf{D} \equiv (V, H, Z)^T$ の位置にあるとして、

$$\begin{aligned}\mathbf{B}(\Delta)\mathbf{A}(\delta)\mathbf{N}_{pc}(u_p) - (-\mathbf{N}_{gc}) &= 0 \\ \mathbf{B}(\Delta)\mathbf{A}(\delta)\mathbf{X}_{pc}(u_p, v_p) + \mathbf{D} - \mathbf{x}_{m0} &= 0 \\ v_p \cos \gamma_{1p} - l_{g0} \sin \left(\lambda_{gf} - \lambda_{g0} + \frac{b}{l_{g0}} \right) &= 0\end{aligned}\quad (2-33)$$

$|\mathbf{N}_{gc}| = |\mathbf{N}_{pc}| = 1$ であるので、式(2-33)の第一式から得られる 3 本のスカラ式のうち 2 本が成り立てば、残りの 1 本も必然的に成り立つ。したがって式(2-33)は 6 本のスカラ式から成っていることになるから、これらの式を解くことによって六つの未知数 V, H, Z と u_p, v_p, Δ を決めることができる。すなわち、カッタ中心 O_c の位置ベクトル \mathbf{D} を決めることができる。ここで、 Δ を未知数としたがカッタ・ブレードを新たに製作するのであれば、 $\Delta = 0$ とし γ_{1p} を未知数とすればよい。また、カッタ軸は次式で示される単位ベクトル \mathbf{a} の方向を向いていることになる。

$$\mathbf{a} = \mathbf{B}(\Delta)\mathbf{A}(\delta)(0, 0, -1)^T \quad (2-34)$$

座標系 $O_m-x_my_mz_m$ における O_c の位置ベクトル \mathbf{D} とカッタ軸方向 \mathbf{a} をかみあい座標系 $O-xyz$ に変換すれば、ピニオン凹歯面歯切り用のカッタ中心 O_c の位置ベクトル \mathbf{D}_p とその軸方向を示す単位ベクトル \mathbf{a}_p が決まる。 \mathbf{a}_p の各成分はカッタ軸の方向余弦を示す。

$$\begin{aligned}\mathbf{D}_p &= (V_p, H_p, Z_p)^T \\ &= \mathbf{C}^{-1}(\Phi)\{\mathbf{B}^{-1}(\pi)\mathbf{A}^{-1}(\zeta)\mathbf{D} + \mathbf{E}_g\} \\ \mathbf{a}_p &= \mathbf{C}^{-1}(\Phi)\mathbf{B}^{-1}(\pi)\mathbf{A}^{-1}(\zeta)\mathbf{a}\end{aligned}\quad (2-35)$$

式(2-35)で示されるカッタ・マシンセッティング $\mathbf{D}_p, \mathbf{a}_p$ によってピニオン凹歯面を直接創成歯切りする。

このように、擬円すい面 \mathbf{X}_{gc} とカッタ刃面である円すい面 \mathbf{X}_{pc} とを点接触させることで歯当たりの中心位置が指定できる。

なお、 \mathbf{X}_{gc} と \mathbf{X}_{pc} との間にすきまが生じているが（図 2.1 参照）、このすきまは、

回転伝達誤差を支配する歯面修整量と直接関係し、ギヤ歯切り用カッタ切れ刃の円弧曲率半径の大きさを変えることによってある程度調節できる。

2・8・2 ピニオン凸歯面の歯切り

考え方は2・8・1項と同じである。対応する式は次の通りである。

$$\mathbf{x}' = \mathbf{A}^{-1}(\zeta) \{ \mathbf{X}_{gc}'(u_{g0}', \Theta_{g0}') + \mathbf{D}_g \} \quad (2-29')$$

$$\begin{aligned} x'^2 + y'^2 &= R_{g0}'^2 \\ z' &= \frac{R_{g0}'}{\tan \lambda_{g0}'} \end{aligned} \quad (2-30')$$

$$\mathbf{x}_{m0}' = \mathbf{X}_{gc}'(u_{g0}', \Theta_{g0}') + \mathbf{D}_g \quad (2-31')$$

$$\begin{aligned} \delta' &= \lambda_{gr} - \lambda_{gf} - \frac{b}{l_{g0}'} \\ l_{g0}' &= \frac{R_{g0}'}{\sin \lambda_{g0}'} \end{aligned} \quad (2-32')$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B}(\Delta') \mathbf{A}(\delta') \mathbf{N}_{pc}'(u_p') - (-\mathbf{N}_{gc}') &= 0 \\ \mathbf{B}(\Delta') \mathbf{A}(\delta') \mathbf{X}_{pc}'(u_p', v_p') + \mathbf{D}' - \mathbf{x}_{m0}' &= 0 \\ v_p' \cos \gamma_{2p}' - l_{g0}' \sin \left(\lambda_{gf} - \lambda_{g0}' + \frac{b}{l_{g0}'} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (2-33')$$

$$\mathbf{a}' = \mathbf{B}(\Delta') \mathbf{A}(\delta') (0, 0, -1)^T \quad (2-34')$$

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_p' &= (V_p', H_p', Z_p')^T \\ &= \mathbf{C}^{-1}(\Phi) \{ \mathbf{B}^{-1}(\pi) \mathbf{A}^{-1}(\zeta) \mathbf{D}' + \mathbf{E}_g \} \\ \mathbf{a}_p' &= \mathbf{C}^{-1}(\Phi) \mathbf{B}^{-1}(\pi) \mathbf{A}^{-1}(\zeta) \mathbf{a}' \end{aligned} \quad (2-35')$$

歯切りはカッタ・マシンセッティング \mathbf{D}_p' , \mathbf{a}_p' である。

2・9 歯面間の干渉

ピニオン凹歯面はギヤ凸歯面上の点 Q_m で接触の条件を満足するが、ギヤ歯切り用カッタ切れ刃の円弧曲率半径の大きさによっては干渉の起きる場合がある。ここ

での干渉は、一方の歯車の歯面の実質側が相手歯車の歯面の実質側に食い込む現象、いわゆる曲率干渉を意味する[13]。本歯切り法ではギヤ歯面を置き換えたカッタ刃面でピニオンを直接創成歯切りするので、ギヤ歯面とピニオン歯面の干渉の有無は、擬円すい面 \mathbf{X}_{gc} とピニオン歯切り用カッタ刃面である円すい面 \mathbf{X}_{pc} との点 Q_m における接触状態を調べれば十分である。

点接触している曲面間の干渉の有無については、横田の示した相対全曲率 K の正・負で判別できる[14]。相対全曲率 K は両歯車の歯（刃）面間の相対主曲率 K_1 と K_2 の積で表されるが、その具体的意味は図2.20に示す通りである。すなわち、 K が正のとき歯面干渉はない。 K が負のとき歯面干渉がある。干渉がある場合、ギヤ歯切り用カッタ切れ刃の円弧曲率半径を小さくすることによってそれを防ぐことができる。擬円すい面 \mathbf{X}_{gc} と円すい面 \mathbf{X}_{pc} との点 Q_m における相対全曲率 K の計算方法は次の通りである。

2・9・1 横田による相対全曲率[14]

いま、二つの曲面 \mathbf{X}_{gc} と \mathbf{X}_{pc} とが一点 Q_m で接触しているとき、 \mathbf{X}_{gc} のその点における主方向ベクトルおよび主曲率を \mathbf{e}_{1g} , \mathbf{e}_{2g} および $1/R_{1g}$, $1/R_{2g}$ とする。 \mathbf{X}_{pc} に関しては \mathbf{e}_{1p} , \mathbf{e}_{2p} および $1/R_{1p}$, $1/R_{2p}$ とする。各主方向ベクトルと曲面の単位面法線ベクトル \mathbf{N} との間には、次の関係を満たすようにその方向が定められているとする。

$$\mathbf{N} = \mathbf{e}_{1g} \times \mathbf{e}_{2g} = \mathbf{e}_{1p} \times \mathbf{e}_{2p} \quad (2-36)$$

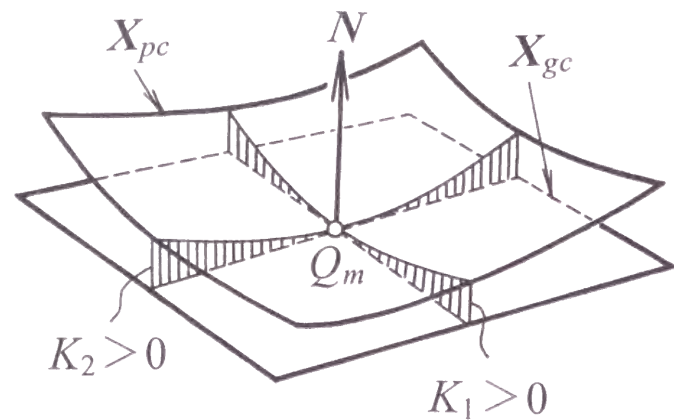
また、 \mathbf{e}_{1g} と \mathbf{e}_{1p} のなす角を σ とすると、

$$\mathbf{e}_{1g} \times \mathbf{e}_{1p} = \sin \sigma \mathbf{N} \quad (2-37)$$

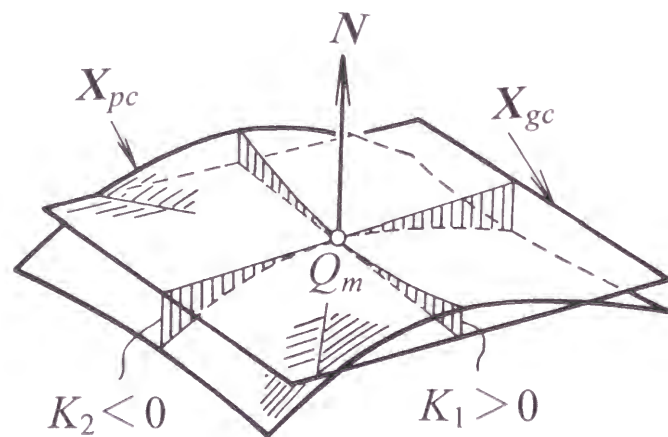
これらの諸量から、相対主曲率 K_1 , K_2 および相対全曲率 K は

$$\begin{aligned} K_{1,2} &= H \pm M T_2 \sin 2\sigma \\ K &= K_1 \cdot K_2 \end{aligned} \quad (2-38)$$

ここに、



(a) $K = K_1 \cdot K_2 > 0$



(b) $K = K_1 \cdot K_2 < 0$

Fig. 2. 20 Positive and negative of relative total curvature

$$2H = \left(\frac{1}{R_{1g}} + \frac{1}{R_{2g}} \right) - \left(\frac{1}{R_{1p}} + \frac{1}{R_{2p}} \right)$$

$$M = \frac{\sqrt{T_1^2 + T_2^2 - 2T_1 T_2 \cos 2\sigma}}{T_2 \sin 2\sigma} \quad (2-39)$$

$$2T_1 = \frac{1}{R_{1g}} - \frac{1}{R_{2g}}$$

$$2T_2 = \frac{1}{R_{1p}} - \frac{1}{R_{2p}}$$

曲面 X_{gc} と X_{pc} とが干渉しているときは、相対全曲率 K が負になり、そうでない場合は正になる。また両曲面が線接触しているときは、 K が零になる。

以上の諸式から相対全曲率 K を計算するためには、 X_{gc} と X_{pc} の主方向および主曲率を求めなければならない。 X_{gc} と X_{pc} についても同様である。 X_{gc} と X_{pc} の主方向および主曲率の求め方は次の通りである。

2・9・2 曲面の主曲率と主方向

擬円すい面 $X_{gc}(u_g, \theta_g)$ 上の任意の点の局所的性質は、その点における単位面法線ベクトル $N_{gc}(u_g, \theta_g)$ の変化率から知ることができる。そこで、 $N_{gc}(u_g, \theta_g)$ の空間的变化率を意味する微分アフィノール ∇N_{gc} を導入すれば、点 Q_m における X_{gc} の主曲率 $1/R_{1g}$, $1/R_{2g}$ は

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_{1g}} &= e_{1g} \cdot \nabla N_{gc} \cdot e_{1g} \\ \frac{1}{R_{2g}} &= e_{2g} \cdot \nabla N_{gc} \cdot e_{2g} \end{aligned} \quad (2-40)$$

主方向ベクトルは、 X_{gc} が回転面であることより、

$$e_{1g} = \frac{\frac{\partial \mathbf{X}_{gc}}{\partial \Theta_g}}{\left| \frac{\partial \mathbf{X}_{gc}}{\partial \Theta_g} \right|} \quad (2-41)$$

これより,

$$e_{2g} = \mathbf{N}_{gc} \times e_{1g} \quad (2-42)$$

円すい面 \mathbf{X}_{pc} についても同様に,

$$\begin{aligned} e_{1p} &= \frac{\frac{\partial \mathbf{X}_{pc}}{\partial v_p}}{\left| \frac{\partial \mathbf{X}_{pc}}{\partial v_p} \right|} \\ e_{2p} &= \mathbf{N}_{pc} \times e_{1p} \\ \frac{1}{R_{1p}} &= e_{1p} \cdot \nabla \mathbf{N}_{pc} \cdot e_{1p} \\ \frac{1}{R_{2p}} &= e_{2p} \cdot \nabla \mathbf{N}_{pc} \cdot e_{2p} \end{aligned} \quad (2-43)$$

微分アフィノール $\nabla \mathbf{N}_{gc}(u_g, \Theta_g)$ は

$$\nabla \mathbf{N}_{gc} = \frac{\mathbf{N}_{gc} \times \frac{\partial \mathbf{X}_{gc}}{\partial u_g}}{\mathbf{N}_{gc} \times \frac{\partial \mathbf{X}_{gc}}{\partial u_g} \cdot \frac{\partial \mathbf{X}_{gc}}{\partial \Theta_g}} \frac{\partial \mathbf{N}_{gc}}{\partial \Theta_g} + \frac{\frac{\partial \mathbf{X}_{gc}}{\partial \Theta_g} \times \mathbf{N}_{gc}}{\frac{\partial \mathbf{X}_{gc}}{\partial u_g} \cdot \frac{\partial \mathbf{X}_{gc}}{\partial \Theta_g} \times \mathbf{N}_{gc}} \frac{\partial \mathbf{N}_{gc}}{\partial u_g} \quad (2-44)$$

で計算できる. $\nabla \mathbf{N}_{pc}$ については, 上式で Θ_g を v_p に置き換えて計算すればよい.

$\nabla \mathbf{N}_{gc}'$, $\nabla \mathbf{N}_{pc}'$ についても同様に求めることができる.

擬円すい面と円すい面の主曲率半径は, 式(2-40)と式(2-43)より計算できるが, これらの式によるまでもなく, 2・3 節の図 2. 3, 図 2. 4 および式(2-4)を参照すれば

次式で計算できる.

$$\begin{aligned} R_{1g} &= r \\ R_{2g} &= \frac{r \cos \Theta_g + y_0}{\cos \Theta_g} \\ R_{1p} &= \infty \\ R_{2p} &= \frac{v_p \sin \gamma_{1p} + R + \frac{W}{2} + S_p}{\cos \gamma_{1p}} \end{aligned} \quad (2-45)$$

\mathbf{X}_{gc}' と \mathbf{X}_{pc}' との関係についても同様である.

2・10 歯切りの設計例

2・9 節までの理論に基づき, 具体例についてハイポイドギヤの歯切りの設計を行う. 表 2. 1 に歯切り目標としたハイポイドギヤの基本諸元を示す. グリーソン方式ではギヤのねじれ角 β_g を 30° 前後に, ピニオンのねじれ角 β_p を 50° 前後にすることを基本としているようであるが[15, 16], 本研究では歯車の大きさと形状を基本諸元と考え, ピニオン半径 R_p と仮に設けたギヤ歯先円すい角 λ_{gi} を基本諸元としている. もちろん, ねじれ角 β_g , β_p を基本諸元とすることも可能であるが, 歯数比 i , オフセット量 e の値によってはピニオンの大きさとギヤ円すいが現実ばなれしたものになることがあるので, これを避けるために R_p と λ_{gi} を基本諸元としている. β_g , β_p の値は R_p と λ_{gi} の値を操作することである程度の調整ができる.

表 2. 2 にカッタ諸元を示す. ギヤ歯切り用カッタ・ブレードは, 円弧切れ刃をもつ既存のブレードを利用する. そのため, 切れ刃の傾き角が半端な値になっている. ピニオン歯切り用カッタ・ブレードは直線切れ刃の普通のブレードであり, これも既存のものを利用する. よって, 既存のブレードの中から適当なものを選び, その切れ刃の傾き角をそのまま γ_{1p} , γ_{2p}' とすればよいが, γ_{1p} , γ_{2p}' の値によっては式(2-33)と式(2-33')から求められる Δ , Δ' の絶対値が大きくなることがあるので, 切れ刃の傾き角が変化したような効果を与える Φ の値を調節しながら, Δ , Δ' の絶対値が小さくなるように対話的計算によって γ_{1p} , γ_{2p}' の値を決める.

Table 2. 1 Basic data of hypoid gears

Gear ratio	i	41/7
Offset distance	e	18.0 mm
Gear diameter	$2R_g$	138.0 mm
Pinion diameter	$2R_p$	29.4 mm
Temporary gear face cone angle	λ_{gi}	$77^\circ 4'$
Radius	R_{g0}, R_{g0}'	69.0 mm
Cone angle	$\lambda_{g0}, \lambda_{g0}'$	$74^\circ 2'$
Module	m	3 mm
Tooth height	$h_k = 2.25 m$	6.75 mm
Top clearance	$b = 0.25 m$	0.75 mm
Adjustment angle	Φ	$13^\circ 0'$

Table 2. 2 Cutter specifications (mm)

	X_{gc}, X_{gc}'	X_{pc}, X_{pc}'
Cutter diameter	$2R$	152.4
Point width	W	0.762
Shim thickness of O. B.	S_g', S_p	1.0
Radius of curvature of circular arc of inside blade	r	200
Radius of curvature of circular arc of outside blade	r'	200
Inside blade angle	$\gamma_{2g}, \gamma_{2p}'$	$18^\circ 30'$
Outside blade angle	$\gamma_{1g}', \gamma_{1p}$	$20^\circ 0'$
Center of curvature of circular arc	(y_0, z_0)	$(-115.379, 58.678)$
	(y_0', z_0')	$(270.314, 53.423)$

Table 2. 3 Calculated results of hypoid gear design (mm)

	Gear	Pinion
Spiral angle	β_g, β_p	$33^\circ 1'$
Cone apex	z_{g0}, y_{p0}	$47^\circ 47'$
Mean cone distance	l_g, l_p	1.174
Face cone angle	$\lambda_{gf}, \lambda_{pf}$	70.797
Root cone angle	$\lambda_{gr}, \lambda_{pr}$	67.790
Design point $P; X_0$ (in O-xyz)	$(17.162, 66.832, -14.676)$	
$P_m; x_0$ (in $O_m-x_my_mz_m$)	$(-1.680, 70.371, -7.570)$	
Center of tooth bearing $Q_m; x_{m0}$ (in $O_m-x_my_mz_m$)	$(-1.024, 71.658, -3.890)$	
Center of tooth bearing $Q_m'; x_{m0}'$ (in $O_m-x_my_mz_m$)	$(3.901, 71.561, -3.856)$	
Cutter center $D_g(V_g, H_g, 0)$	$(-63.316, 30.643, 0.0)$	
Cutter center $D(V, H, Z)$ (in $O_m-x_my_mz_m$)	$(-65.639, 26.674, -2.349)$	
Direction of cutter axis a (in $O_m-x_my_mz_m$)	$(-0.00795, -0.10687, -0.99424)$	
Cutter center $D'(V', H', Z')$ (in $O_m-x_my_mz_m$)	$(-60.816, 34.586, -3.370)$	
Direction of cutter axis a' (in $O_m-x_my_mz_m$)	$(-0.00495, -0.10687, -0.99426)$	
Cutter center $D_p(V_p, H_p, Z_p)$ (in O-xyz)	$(69.801, 10.537, -5.326)$	
Direction of cutter axis a_p (in O-xyz)	$(0.05816, 0.21648, 0.97455)$	
Cutter center $D_p'(V_p', H_p', Z_p')$ (in O-xyz)	$(66.860, 19.234, -6.947)$	
Direction of cutter axis a_p' (in O-xyz)	$(0.05524, 0.21716, 0.97457)$	
Dedendum angle	δ	$-6^\circ 8'$
Incline angle	Δ, Δ'	$0^\circ 27', 0^\circ 17'$
Results of transformation to Gleason No. 116 hypoid gear generator $\phi_1 = 51^\circ 40', \phi_2 = 250^\circ 2', \phi_3 = 37^\circ 2', \phi_4 = 152^\circ 54'$ $\phi_1' = 51^\circ 39', \phi_2' = 257^\circ 1', \phi_3' = 36^\circ 29', \phi_4' = 145^\circ 43'$		

本法では、ギヤを広刃法で成形歯切りすることになっているが、カッタ・ブレードのポイント幅が狭い場合には外刃 (O. B.) と内刃 (I. B.) の間に中間刃が必要となる。既存のブレードにはそれがないため、広刃法によるギヤの歯切りを断念したが、できるだけ広刃法に近づける目的で、外刃に厚さ 1 mm のシムを挿入して外刃と内刃との間隔を広げた。歯厚調整はカッタ・マシンセッティングをそのままにしておき、ギヤブランクだけをその軸まわりにわずかに回転して、歯溝の幅を広げる要領で行った。このような歯厚調整は時間がかかるため、実験室レベルでのみ許されることであって、量産ラインの歯切り工程に適用されるものではない。

表 2.3 に歯切りの設計結果を示す。表中の $\phi_1 \sim \phi_4$ ($\phi'_1 \sim \phi'_4$) はグリーンソン No. 116 ハイポイドギヤ創成歯切り盤に対するカッタ・マシンセッティングで、それぞれチルト角、スイベル角、エキセントリック角、クレードル角である。これらは D_p , a_p (D'_p , a'_p) から決まるものである。付録 1 に D_p (D'_p), a_p (a'_p) から各カッタ・マシンセッティングを求める方法を示す。

本法では、表 2.1, 表 2.2 に示した諸元を与えると表 2.3 の結果が求められる。これらの計算は 2.8 節までの式を用いて逐次近似法によって行う。計算のアルゴリズムの大略は図 2.21 の流れ図に示す通りである。まず、歯数比 i , オフセット量 e などの基本諸元, カッタ半径 R , ポイント幅 W などのカッタ諸元および目標歯当たりの中心点 Q_m , Q'_m の位置を定めるためのパラメータ R_{g0} , λ_{g0} , R_{g0}' , λ_{g0}' を与える。また, Φ の値は式(2-24)より計算することになっているが, 本研究では既存のブレードで間に合わせるようにするためこの値も与える。これらのパラメータを与えると, 式(2-8)~(2-12)よりかみあい座標系 O-xyz における設計基準点の位置ベクトル X_0 とその点での相対速度ベクトル W を計算することができる。そして, これに基づいてねじれ角 β_g , β_p などの歯車諸元を決定することができる。次に, 座標系 O-xyz における X_0 と W をギヤの歯切り盤に設定した座標系 $O_m-x_my_mz_m$ に変換し, x_0 と w を計算する。その結果, 式(2-28)よりギヤ歯切り用カッタ中心の位置ベクトル D_g が求められる。一方, 座標系 $O_m-x_my_mz_m$ におけるピニオン凹歯面歯切り用のカッタ中心の位置ベクトル D は, 点 Q_m の位置ベクトル x_{m0} を決定した後, 式(2-33)より求めることができる。このとき, D とともに δ と Δ が求められるので, 式(2-34)よりカッタ軸方向を示す単位ベクトル a も決めることができる。次に, Δ の絶対値が十分小さいなら次の計算を行えばよいが, そうでない場合には Φ および γ_{2g} , γ_{1p} の値を変え, Δ の絶対値が十分小さくなるようにする。ただし, γ_{2g} , γ_{1p} の値は既

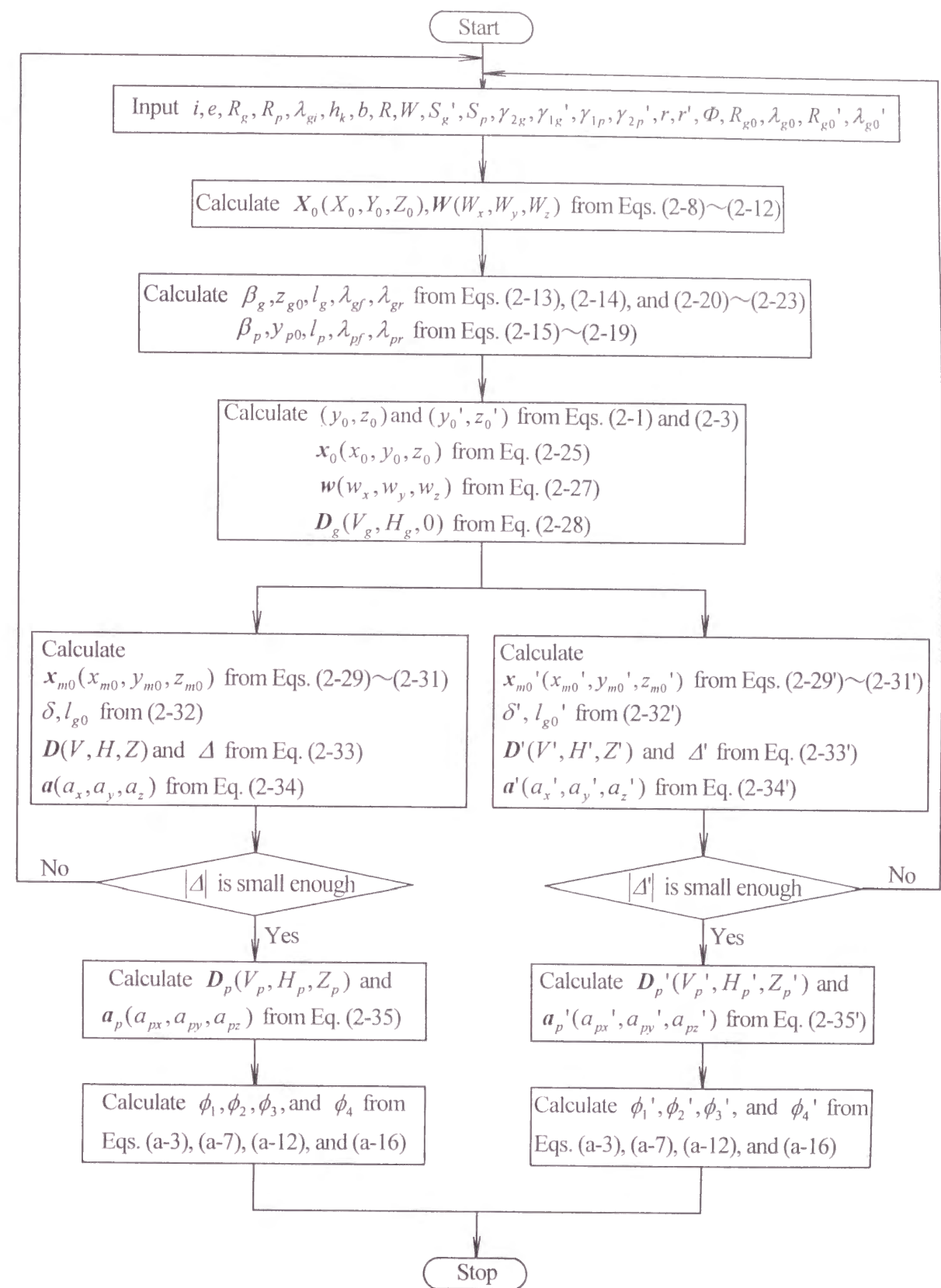


Fig. 2.21 Flowchart for obtaining numerical solution based on proposed design method

Table 2. 4 Calculated relative total curvature $K (\times 10^{-7}/\text{mm}^2)$

$r, r' (\text{mm})$	100	200	400	800
$X_{gc}(r), X_{pc}$	40.3	13.8	1.1	-5.1
$X_{gc}'(r'), X_{pc}'$	18.7	3.1	-5.5	-10.0

存のブレードのそれを与えなければならない。また、 Δ の許容範囲は、表 2. 1 の諸元のハイポイドギヤでは、経験的に絶対値が約 1 度であるとされている。ピニオン凸歯面歯切り用のカッタ中心の位置ベクトル D' とカッタ軸方向を示す単位ベクトル a' も同様にして計算することができる。 Δ , Δ' の絶対値が十分小さくなったならば、 D , a および D' , a' を座標系 O-xyz に変換し、 D_p , a_p および D_p' , a_p' を求める。そうすると、付録 1 の方法に従ってカッタ・マシンセッティングである $\phi_1 \sim \phi_4$ および $\phi_1' \sim \phi_4'$ の値を求めることができる。

擬円すい面 X_{gc} と円すい面 X_{pc} および X_{gc}' と X_{pc}' それぞれが、点 Q_m , 点 Q_m' で点接触している状態における相対全曲率 K の値を 2.9 節の方法に従って計算した。表 2. 4 に、ギヤ歯切り用カッタ切れ刃の円弧曲率半径 r , r' と相対全曲率 K との関係を示す。表 2. 4 より、ギヤ凸歯面とピニオン凹歯面、すなわちドライブ側歯面に関しては、歯面曲率干渉が生じない r の最大値は 400 mm よりわずかに大きい値であると考えられる。 r を小さくすれば干渉は生じないが、小さくしすぎると非共役性の程度が大きくなり、回転伝達誤差が大きくなる。一方、自動車用ハイポイドギヤでは、ギヤとピニオンの相対的位置変動や組付け誤差などに対して性能の変化が鈍感な歯車を得る必要がある。したがって、実用段階では r と r' の値はそれらの誤差と回転伝達誤差との関連において決めることになろう。回転伝達誤差については第 5 章で述べる。ギヤ凹歯面とピニオン凸歯面、すなわちコースト側歯面についても同様である。

2.11 歯切り実験

本歯切り法の有効性を確かめる目的で、表 2. 1～2. 3 の設計例で示した歯車対の歯切りを行った。

ギヤの歯切りには、唐津鉄工所社製 BGH 型ハイポイドかさ歯車創成歯切り盤を用いた。この歯切り盤の概略図を図 2. 22 に示す。ギヤは成形歯切りされるので、創成運動は行わない。また、広刃法で歯切りされるので、ワークとカッタの歯切り盤への取付けは凸歯面の歯切りと凹歯面の歯切りとで同じである。すなわち、マシンセッティングは 1 回でよい。ワークの歯切り盤への取付けは、通称 H 軸といわれている水平軸とギヤ軸とのなす角を表すマシンルートアングル λ_{gr} と、通称 V 軸といわれている垂直軸からギヤ背面までの距離を表すマシンセンタトゥバック L_g の値を設定するよう行う。 λ_{gr} の値は表 2. 3 のギヤ歯底円すい角のそれと同じである。 L_g の値は 2.5 節図 2. 10 のかみあい座標系 O-xyz における原点 O からギヤ背面までの距離であるマウンティングディスタンス (40.0 mm) と、原点 O から歯先 (歯底) 円すい頂点 O_g までの距離の和であるので $L_g = 40.0 + 1.174 = 41.174$ mm となる。カッタの歯切り盤への取付けは、カッタ中心 O_c の座標 (V_g , H_g , 0) の値を設定するよう行う (表 2. 3)。 V_g と H_g の設定に関しては、動径に相当するラジアルセッティング量 $R_{sg} = \sqrt{V_g^2 + H_g^2}$ と偏角に相当するカッタ中心旋回角 $A_{sg} = \tan^{-1}(H_g/V_g)$ に変換す

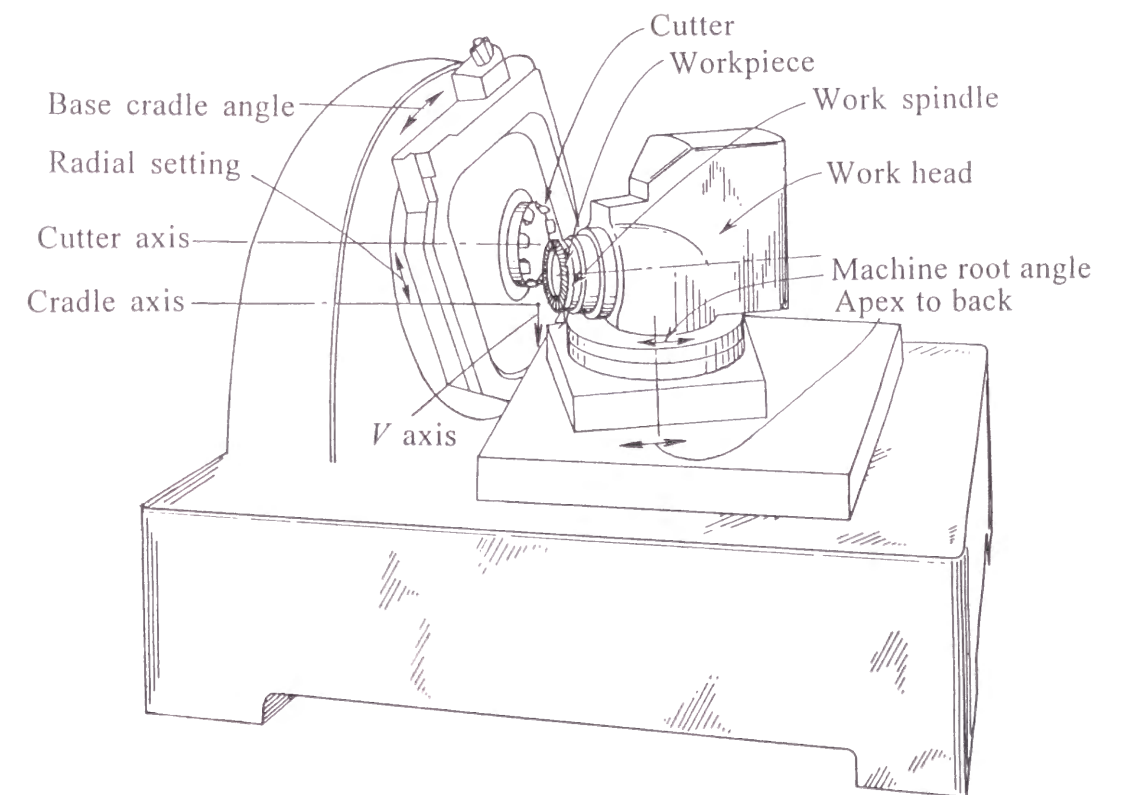


Fig. 2. 22 Karatsu hypoid and spiral bevel gear generating machine

る．以上のように，歯切り盤に取付けられたワークとカッタによって，ギヤを広刃法で成形歯切りする．

図 2. 23 は 41 枚あるギヤ歯面がカッタの切れ刃によって順次歯切りされていく過程を示している．ワークは歯切り盤に固定されており，カッタ軸 z_c は紙面に垂直に設定されて，カッタ軸まわりにカッタの切れ刃が旋回する．切れ刃が旋回するのに伴って 8 枚の切れ刃が歯溝を通過し，各切れ刃が順次歯面を切削していく．7 番の内切れ刃が凸歯面を，8 番の外切れ刃が凹歯面をそれぞれ仕上げる．1 番の切れ刃がワークに到達する前にワークがギヤ軸まわりに 1 ピッチ回転し，次の歯面が仕上げられる．前述の唐津鉄工所社製 BGH 型ハイポイドかさ歯車創成歯切り盤では，歯面 1 枚当たりの歯切り時間は約 38 秒である．ギヤの成形歯切りが広刃法で行われることを踏まえると，41 枚の歯をもつギヤ 1 個を歯切りするのに約 26 分の時間を必要とする．なお，本法はフォーメイト歯切り法であるから，カッタ軸方向の並進運動は行わない．図 2. 24 に本歯切り実験におけるギヤの成形歯切りの様子を示す．

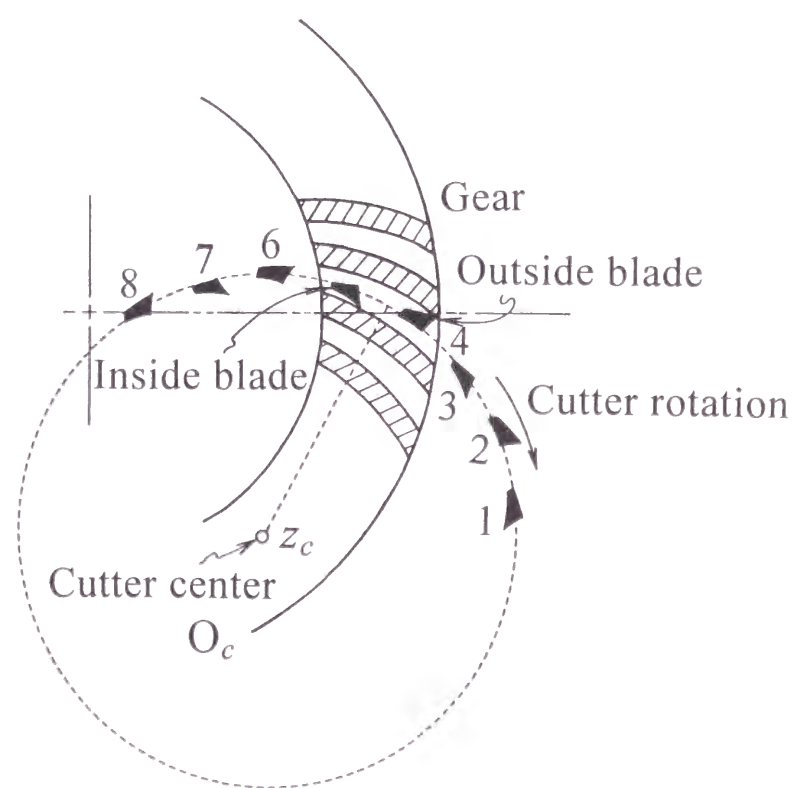


Fig. 2. 23 Process of ring gear cutting

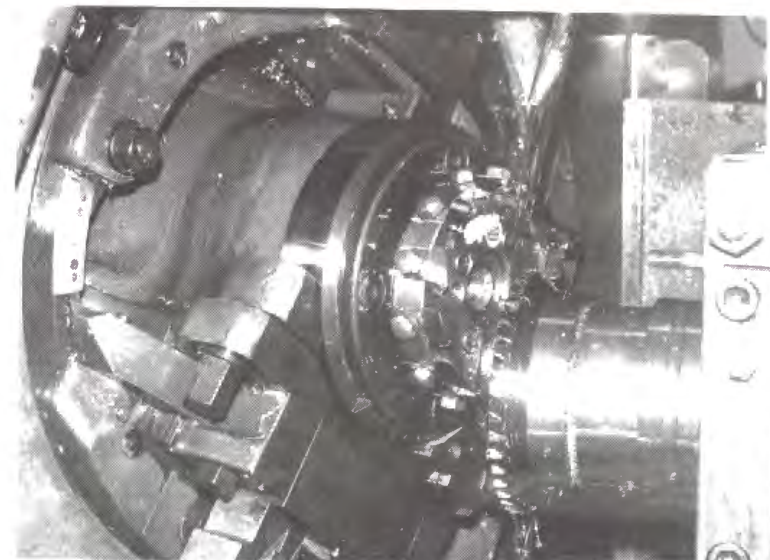


Fig. 2. 24 State of ring gear cutting

ピニオンの歯切りには，グリーンソン社の代表的な歯切り盤であるグリーンソン No. 116 ハイポイドギヤ創成歯切り盤を用いた．この歯切り盤は，図 2. 25 に示すように創成運動を実現するために複雑な構造を有しており，ワークとカッタの取付けの自由度が多い．図には V 軸とクレードル軸 (Z 軸) が示してある．そして， V 軸と Z 軸の双方に垂直である H 軸を考え，それらの交点 O を原点とする座標系 $O-VHZ$ を歯切り盤に設定する．この座標系 $O-VHZ$ は 2.5 節図 2. 10 のかみあい座標系 $O-xyz$ に対応している．

ピニオンの創成歯切りは片刃法で行われるので，ワークとカッタの歯切り盤への取付けは凹歯面の歯切りと凸歯面の歯切りとで異なっている．すなわち，マシンセッティングは 2 回行わなければならない．ワークの歯切り盤への取付けは， H 軸とピニオン軸とのなす角 λ_p , λ_p' , V 軸からピニオン背面までの距離を表すマシンセンタトゥバック L_p , L_p' , スライディングベース引き戻し量 $-Z_p$, $-Z_p'$, ピニオン軸オフセット量 (Blank offset) e , e' の値を設定するよう行う．本法ではピニオン軸は H 軸に対して傾いていないので， λ_p , λ_p' の値は零である． L_p , L_p' の値はマウンティングディスタンスのそれに等しく，ともに 85.0 mm である． $-Z_p$, $-Z_p'$ の値は表 2. 3 の Z_p , Z_p' と符号が反対である． e と e' の値は同じで，表 2. 1 に示す通りである．カッタの歯切り盤への取付けは，チルト角，スイベル角，エキセンリック角，クレードル角をそれぞれ表す $\phi_1 \sim \phi_4$ および $\phi_1' \sim \phi_4'$ の値を設定するよう行う． $\phi_1 \sim \phi_4$, $\phi_1' \sim \phi_4'$ の値は表 2. 3 に示す通りである．また，ピニオンの歯切りにおい

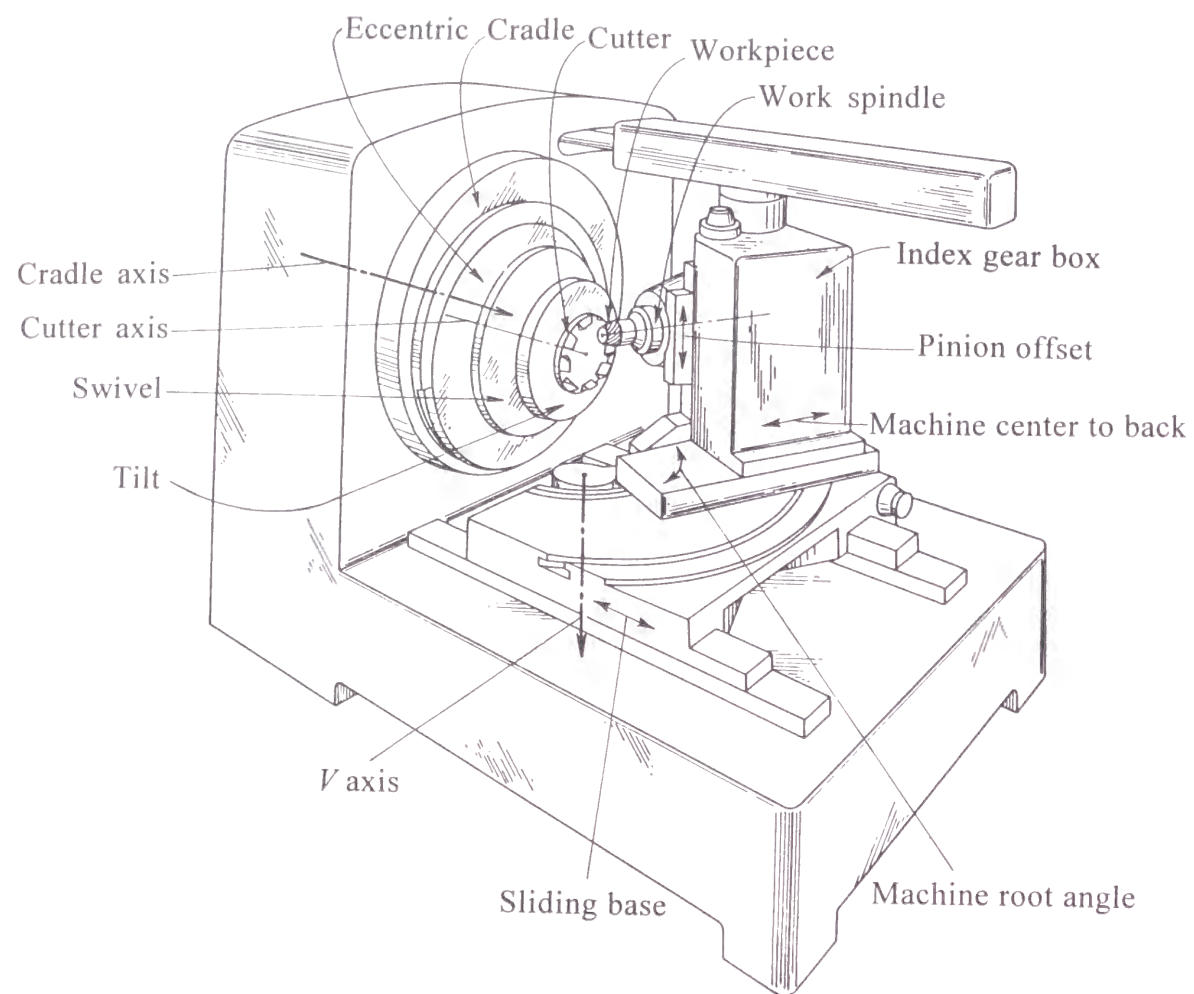


Fig. 2. 25 Gleason No. 116 hypoid gear generator

では創成運動を実現するためにワークと工具歯車の間の回転比，いわゆる創成比を定める必要がある．本法では直接創成法によってピニオンを歯切りするので，創成比は凹歯面の歯切りと凸歯面の歯切り双方の場合ともに歯数比 i と同じである．図 2. 25 の創成歯切り盤では，カッタ側とワーク側が上部で連結して，ワークスピンドルドライブ軸が一定の比で回転するようになっており，両者の回転比は歯切り盤内部に組み込まれている歯車列を選定することによって設定する．以上のように，ワークとカッタを歯切り盤に取付けた後，創成比を設定し，ピニオンを片刃法で創成歯切りする．

図 2. 26 はピニオン歯面がカッタの切れ刃によって順次創成歯切りされていく過程を示している．カッタ切れ刃のカッタ軸まわりの運動はギヤの場合と同じであるが，2・4 節で述べたように円すい面を刃面とする工具歯車はクレードル軸（Z 軸）

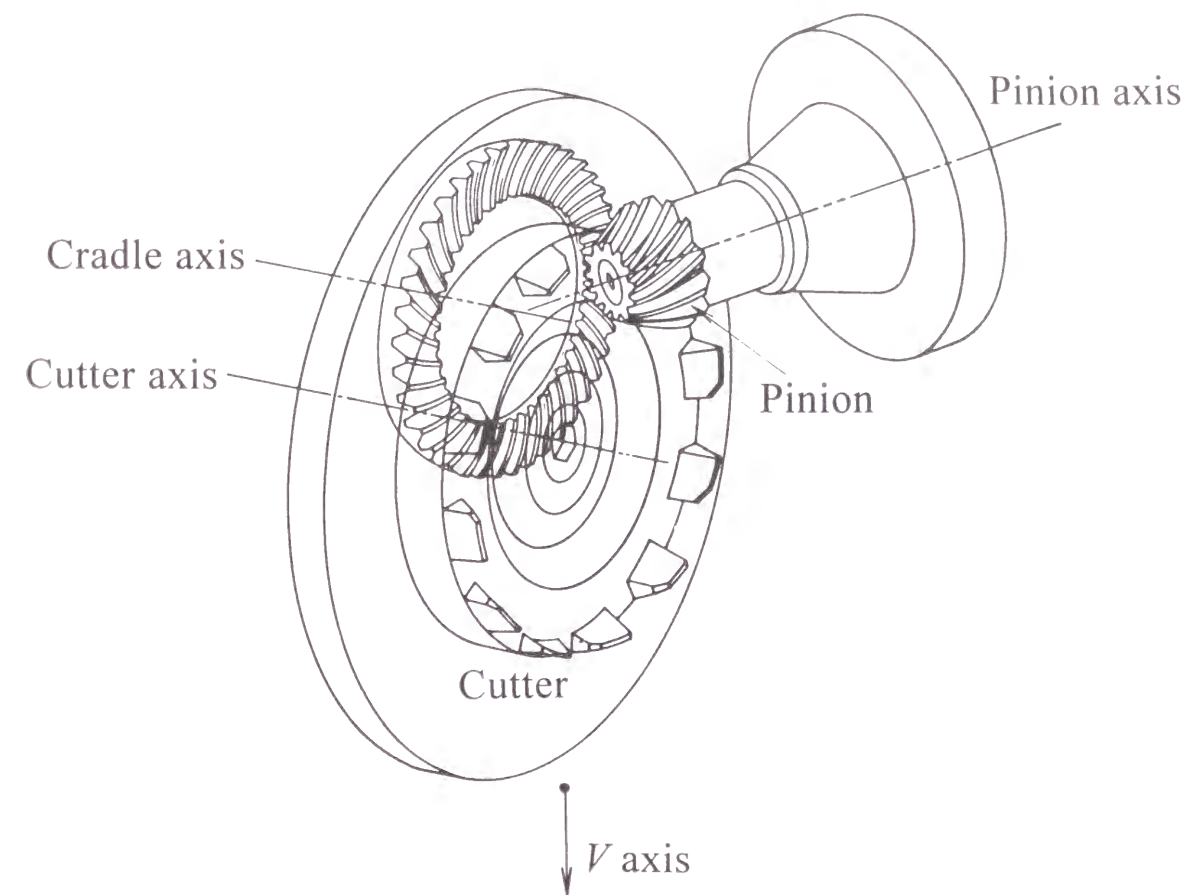


Fig. 2. 26 Process of pinion generation

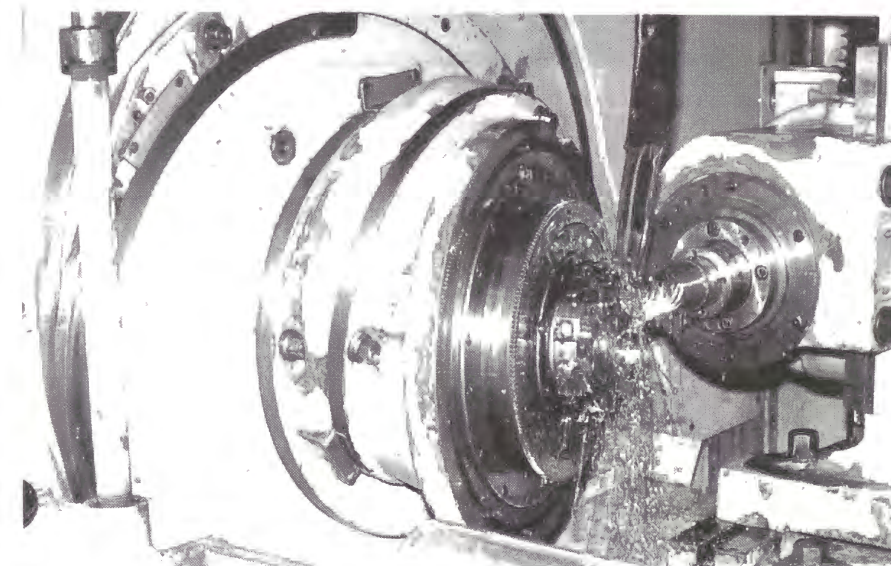
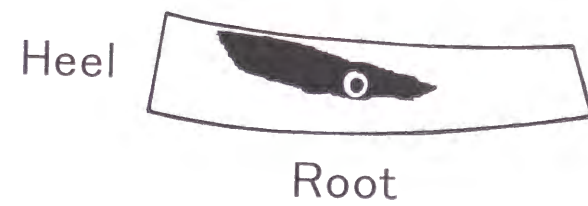


Fig. 2. 27 State of pinion generation



(a) Photograph of tooth bearing

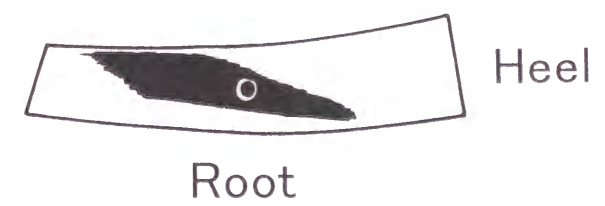


(b) Sketch of tooth bearing

Fig. 2. 28 Tooth bearing of mating gears in drive side



(a) Photograph of tooth bearing



(b) Sketch of tooth bearing

Fig. 2. 29 Tooth bearing of mating gears in coast side

まわりに回転すると同時に、ピニオンもピニオン軸まわりに回転してピニオンブラ
ンクに歯面を創成するのである。グリーンソン No. 116 ハイポイドギヤ創成歯切り盤
では、歯面 1 枚当たりの歯切り時間は約 50 秒である。ピニオンの創成歯切りが片
刃法で行われることを踏まえると、7 枚の歯をもつピニオン 1 個を歯切りするのに
約 12 分の時間を必要とする。図 2. 27 に本歯切り実験におけるピニオンの創成歯
切りの様子を示す。

さて、歯切りしたギヤとピニオンをかみあわせ、歯当たりを調べた。図 2. 28 に
ギヤ凸歯面とピニオン凹歯面をかみあわせた状態とその歯当たり模様を示す。(a)
が歯当たり写真、(b)がギヤ凸歯面上での歯当たりスケッチ結果である。これは極
軽負荷運転後の歯当たりである。歯当たり調整のための修正歯切りはしていない。
図(b)中の黒丸印で示した点は歯面中央部に定めた設計上の歯当たりの中心点であ
る。図 2. 29 にギヤ凹歯面とピニオン凸歯面をかみあわせた状態とその歯当たり模
様を図 2. 28 と同様の方法で示す。図 2. 28, 図 2. 29 とともに設計上の歯当たりの中
心点を中心に歯当たりが得られており、無効歯面は生じていない。また、切り下げ
も生じていない。以上より、本歯切り法の有効性が確かめられたものと考えられる。

2・12 結 言

自動車用ハイポイドギヤは、製作や組付け誤差ならびに稼動時に発生するアライ
ンメントの狂い等各種誤差に対処し、妥当な性能を発揮できるようにするため、歯
面形状に修整を施すが、これまで最も多く用いられているグリーンソン方式の歯切り
法は、歯面干渉のある非共役歯車に歯面修整を施して希望する歯車を得ようとする
考え方に基づいている。そのため、歯面修整作業が複雑になり、結局は現場技能者
の経験と勘に依存せざるを得ないのが現状である。

本章では、この状況の改善を目的として共役歯車に歯面修整を施す考え方に基
づいたハイポイドギヤの歯切り法を提案し、その歯切りを実現するための設計法を
示した。本法はギヤ歯切り用カッタの切れ刃を従来の直線から曲率半径の大きな円
弧に変更し、歯面干渉によって生じる歯車の非共役性を回避するものである。これ
により、歯当たりの中心位置が指定できるとともに、歯切りする歯面の共役歯面か
らの偏りがわかる。また本法では、かみあいには関与しない無効歯面の発生を防ぐ

ために、設計基準点をピニオン歯底に定め、その点でギヤの歯すじを定める。さら
に、設計基準点とは別にギヤ歯面上の任意の点を歯当たりの中心位置に指定し、そ
の点でギヤ歯面と点接触するようにピニオン歯切り用カッタ刃面を配置し、これで
ピニオンを直接創成歯切りする。

本法は従来の設計法によっては不可避であった無効歯面の発生を防ぎつつ、一回
の歯切りで指定した位置に歯当たりを得ることができる方法であり、また、ギヤ歯
切り用カッタ切れ刃の円弧曲率半径の大きさを変えることによって、修整歯面と共
役歯面との関係すなわち回転伝達誤差の調節がある程度可能であるという利点をも
つ。

参 考 文 献

- [1] 大泉哲哉・酒井高男, 点接触かみあいをする空間歯車対の一構成法について,
日本機械学会論文集 (C 編), 49 巻 444 号, (1983), pp. 1426-1433.
- [2] Baxter, M. L., Effect of Misalignment on Tooth Action of Bevel and Hypoid Gears,
ASME Paper, 61-MD-20, (1962).
- [3] 高橋幸一・伊藤紀男・崎田俊典, ハイポイドギヤの精密歯切りに関する研究
(第 1 報, ギヤの歯切りについて), 日本機械学会論文集 (C 編), 51 巻 468
号, (1985), pp. 2074-2082.
- [4] Gleason Works, Calculating Instructions Formate Hypoid Gears, Publication No.
SD3105, (1956), Rochester New York, U. S. A.
- [5] 谷村正義, 定回転比歯車に就て (第 1 報), 日本機械学会論文集, 5 巻 18 号,
(1939), pp. 116-122.
- [6] 酒井高男, ハイポイド歯車の歯形に関する研究, 日本機械学会論文集 (第 4
部), 21 巻 102 号, (1955), pp. 164-170.
- [7] 酒井高男, 機構学大要, (1967), p. 160, 養賢堂.
- [8] 田村久司・坂上俊雄, ハイポイドギヤのフォーメイト歯切設計法 (歯面修整
したハイポイドギヤ), 日本機械学会論文集 (C 編), 55 巻 509 号, (1989),
pp. 145-152.
- [9] 高橋幸一・伊藤紀男, ハイポイドギヤのピッチ面に関する研究, 日本機械学

会論文集（C 編），49 巻 443 号，(1983)，pp. 1246-1255.

[10] 島地重幸・小川恭範・今橋直樹，軸変位歯車としてのハイポイドギヤの歯面，
（歯面の干渉に関する一調査），日本機械学会論文集（C 編），57 巻 536 号，
(1991)，pp. 1324-1328.

[11] 本間晃・廣川純夫，歯当たりを考慮した等高歯ハイポイドギヤの歯切り法に
関する研究（第 1 報，歯切り理論），日本機械学会論文集（C 編），57 巻 542
号，(1991)，pp. 3326-3332.

[12] Merritt, H. E., Gears Third Edition, (1954), p. 40, Sir Isaac Pitman & Sons, Ltd.,
London.

[13] 藤井康治・島地重幸，食違い軸歯車の設計基準点に関する研究（第 1 報，曲
率干渉に関して），日本機械学会論文集（第 3 部），43 巻 368 号，(1977)，pp.
1492-1500.

[14] 横田晃，点接触歯車の基礎的な問題について，日本機械学会論文集（第 3 部），
33 巻 253 号，(1967)，pp. 1491-1502.

[15] Gleason Works, Bevel & Hypoid Gear Design, Publication No. SD3041A, (1956),
Rochester New York, U. S. A.

[16] Gleason Works, Method for Designing Hypoid Gear Blanks, Publication No.
SD3023C, (1967), Rochester New York, U. S. A.

第 3 章 ハイポイドギヤの歯切り誤差検出法

3・1 緒 言

工作物の検査または測定は，その寸法・形状などが要求どおりの精度に仕上がっ
ているか否かを確かめるために，加工作業中あるいは加工終了後に行われる[1].
加工終了後の検査は工作物の合否を判定するために行われるというのが従来からの
検査の概念であろうが，近年においては検査の主たる目的は製品が最終検査に合格
するよう，不足の点を加工作業にフィードバックする目的で行われる．加工作業中
の検査・測定は，そのフィードバックの時間を短くするためのものである．ハイポ
イドギヤなどの歯車の検査・測定についても同じであるが，歯面の幾何学的形状が
複雑なために測定しようとする量，たとえば工具やワークの歯切り盤への取付け位
置および姿勢の誤差を直接検出することが一般に困難である．したがって，歯面形
状を測定してその測定データからおのおのの誤差を逆算する，いわゆる間接測定に
ならざるを得ない[2].

ハイポイドギヤは，まがりばかさ歯車，鼓形ウォームギヤなどと同様に歯面が三
次元の複雑な曲面であるために，すなわち，歯面の曲率とねじれ率が歯面上のいた
るところで異なり一様でないために，その検査・測定が難しい．また，検査・測定
における基準面形状が歯切りする歯車と歯切り盤に依存し，一義的でないために，
歯面形状精度の定義すら確立されていないといっても過言ではない．そこで，歯当
たり試験，回転伝達誤差あるいは騒音試験などによって歯車対を検査・測定し，合
否を判定している．このような合否判定方法は現実には即した簡便な方法ではあるが，
検査・測定結果を直接歯切り作業にフィードバックすることは困難であり，検査・
測定結果を参考にしつつ経験と勘に基づく試行錯誤的歯切り作業が行われているの
が現状である．

この状況を改善するため，ハイポイドギヤの歯面形状を三次元座標測定機（以下，
三次元測定機という）で，歯切り作業へのフィードバックが可能なように，検査・
測定する試みがなされている．しかしながら，第 1 章 1・2 節で述べたように，グリ
ーソン方式の歯切り法によるハイポイドギヤの歯切り理論が明確でなく，検査・測
定法と歯切り理論とを一貫して取り扱うことができないきらいがある．そこで本章
では，ハイポイドギヤ歯面の新しい検査・測定法を提案し，この方法を第 2 章で提

案した歯切り法によるハイポイドギヤの歯切り誤差の検出に適用する．本法は，被測定歯車の歯面上に測定基準点を定める必要がなく，かつ測定が簡単であることを特徴とする．よって，本法は汎用の三次元測定機を用いて簡単に実行することができる．

3.2 検出法の概要

ハイポイドギヤを歯切りするとき，工具やワークを所定の位置および姿勢で歯切り盤に正しく取付ける必要があるが，歯切り盤の構造が複雑でその動作を高精度にすることが容易でないため，普通その取付けには誤差を伴う．また，歯切り盤それぞれには固有の構造的あるいは製造上の誤差があるため，たとえその取付けを正確に行ったとしても，歯切りした歯車の歯面は設計した歯面とは異なった形状のものになる．歯切り時のこれら誤差は程度の差はあるにしても，歯面に何らかの影響を及ぼしているはずである．本研究では，そのような考え方にに基づき，ハイポイドギヤの歯面形状を測定して歯切り時の工具やワークの取付け位置ならびに姿勢の誤差と歯切り盤固有の動作の誤差とを含めて，いわゆる歯切り誤差として検出することを試みる．本検出法では，ハイポイドギヤの歯面上の多数点の座標を三次元測定機で測定し，その測定値群に最もよく適合するように，工具やワークの取付け位置と姿勢の関数として表される理論歯面を最小二乗法[3]によって推定する．この推定理論歯面に対応する工具やワークの取付け位置および姿勢と設計上のそれとの差を歯切り誤差と考える．この誤差を補正して修正歯切りを行えば，設計どおりのハイポイドギヤ歯面を得ることができるものと考えられる．

3.3 歯車歯面の数式表示

本歯切り誤差検出法では，歯車歯面の数式表示が必要になる．本節では，第2章で提案した歯切り法によるハイポイドギヤの（リング）ギヤ凸歯面とピニオン凹歯面の数式表示を行う．

3.3.1 ギヤ歯面の数式表示

第2章 2.7 節で述べたごとく，ギヤ凸歯面は，歯切り盤に設定した座標系 $O_m-x_my_mz_m$ においてカッタ中心 O_c が $\mathbf{D}_g \equiv (V_g, H_g, Z_g)^T$ の位置にあるカッタ刃面 $\mathbf{X}_{gc}(u_g, \theta_g)$ で成形歯切りされる．このとき，カッタ軸は傾いていないから，座標系 $O_m-x_my_mz_m$ におけるギヤ凸歯面の式は $\mathbf{X}_{gc}(u_g, \theta_g) + \mathbf{D}_g$ であり，その単位面法線ベクトルは $\mathbf{N}_{gc}(u_g, \theta_g)$ である． Z_g の設計値は零である． u_g と θ_g はギヤ凸歯面を表すパラメータである．

ところで，歯車の測定においては図 3.1 に示すようにギヤの歯先円すいと歯底円すいの双方の頂点 O_g を原点とし，ギヤ軸を z_g 軸とするギヤに固着した座標系 $O_g-x_gy_gz_g$ を用いる．そこで，座標系 $O_m-x_my_mz_m$ で表されているギヤ凸歯面 $\mathbf{X}_{gc}(u_g, \theta_g) + \mathbf{D}_g$ とその単位面法線ベクトル $\mathbf{N}_{gc}(u_g, \theta_g)$ を座標系 $O_g-x_gy_gz_g$ に変換する．その変換方法は，ギヤブランクを x_m 軸まわりに $(\lambda_{gr} + \pi/2)$ ラジアン回転させればよい（第2章 2.7 節の図 2.16 参照）．ギヤ凸歯面とその単位面法線ベクトルを座標系 $O_g-x_gy_gz_g$ で表し，それぞれ \mathbf{X}_g と \mathbf{N}_g とすると，

$$\begin{aligned}\mathbf{X}_g(u_g, \theta_g) &= \mathbf{A}^{-1} \left(\lambda_{gr} + \frac{\pi}{2} \right) \{ \mathbf{X}_{gc}(u_g, \theta_g) + \mathbf{D}_g \} \\ \mathbf{N}_g(u_g, \theta_g) &= \mathbf{A}^{-1} \left(\lambda_{gr} + \frac{\pi}{2} \right) \mathbf{N}_{gc}(u_g, \theta_g)\end{aligned}\quad (3-1)$$

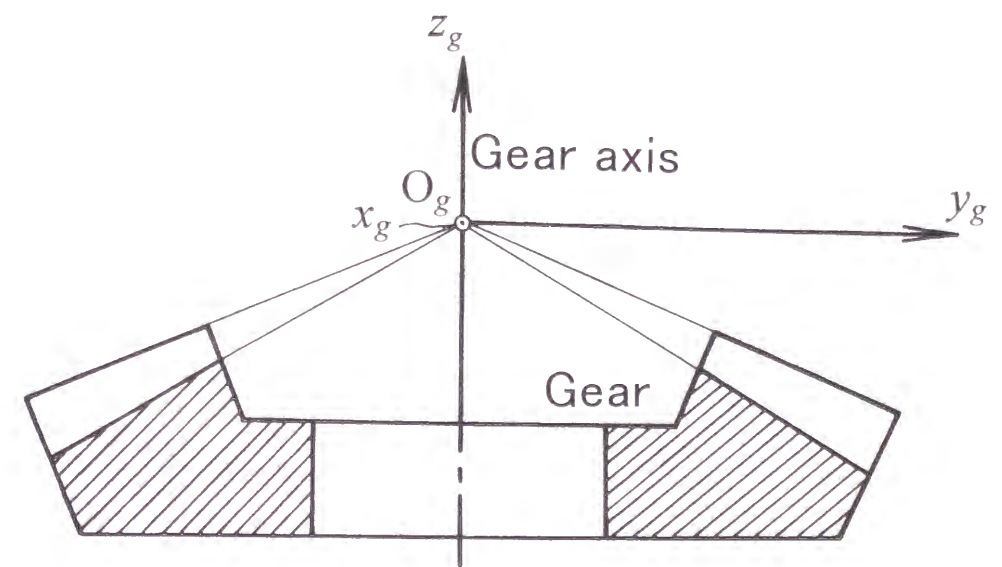


Fig. 3.1 Coordinate system $O_g-x_gy_gz_g$ attached to ring gear

ここに、 A は x_m 軸まわりの回転に関する座標変換行列である [第2章 2・7 節の式(2-26)参照] .

3・3・2 ピニオン歯面の数式表示

ピニオン歯面は創成歯切りされるから、複雑な曲面となる.

第2章 2・5 節の図 2. 10 に示すかみあい座標系 $O-xyz$ でカッタ中心 O_c が D_p の位置にあり、カッタ軸方向を示す単位ベクトルが a_p である円すい面を歯 (刃) 面とする工具歯車がクレードル軸に対応する z 軸まわりを回転しつつ、それと同期してピニオン軸まわりを回転するピニオンブランクに歯面を創成する (第2章 2・4 節の図 2. 6 参照) .

工具歯車の創成角が φ の瞬間、工具歯車刃面 X_c とその単位面法線ベクトル N_c は、 F を

$$F = C^{-1}(\Phi) B^{-1}(\pi) A^{-1}(\zeta) \quad (3-2)$$

とにおいて

$$\begin{aligned} X_c(u_p, v_p; \varphi) &= C(\varphi) \{ F B(\Delta) A(\delta) X_{pc}(u_p, v_p) + D_p \} \\ N_c(u_p; \varphi) &= C(\varphi) F B(\Delta) A(\delta) N_{pc}(u_p) \end{aligned} \quad (3-3)$$

ここに、 B 、 C はそれぞれ y 、 z 軸まわりの回転に関する座標変換行列である [第2章 2・7 節の式(2-26)参照] .

さて、 X_c 上の任意の点におけるピニオンと工具歯車との間の相対速度ベクトルを $W(X_c)$ とすると、 W は $W(u_p, v_p; \varphi)$ であるから、 X_c 上に現れるピニオン凹歯面創成線 g は次のようにして求められる. すなわち、かみあい条件[4, 5]

$$N_c(u_p; \varphi) \cdot W(u_p, v_p; \varphi) = 0 \quad (3-4)$$

から

$$v_p = v_p(u_p; \varphi) \quad (3-5)$$

を導き、これを式(3-3)の第一式に代入したものが g である.

$$g(u_p; \varphi) = X_c\{u_p, v_p(u_p; \varphi); \varphi\} \quad (3-6)$$

創成角が φ のときピニオンの回転角が $i\varphi$ であるから、図 3. 2 に示すように、 y_p をピニオン軸とするピニオンに固着した座標系 $O_p-x_p y_p z_p$ で $g(u_p; \varphi)$ を表し、これを $X_{p\varphi}(u_p; \varphi)$ とおく.

$$X_{p\varphi}(u_p; \varphi) = B^{-1}(i\varphi) \{ g(u_p; \varphi) - E_p \} \quad (3-7)$$

ここに、 E_p はかみあい座標系 $O-xyz$ におけるピニオン歯先円すいと歯底円すいの双方の頂点 O_p の位置ベクトルであり、 $E_p \equiv (e, y_{p0}, 0)^T$ である [第2章 2・6 節の式(2.18)参照]. 式(3-7)で u_p 、 φ を歯面表示パラメータとみなせば、 $X_{p\varphi}$ はピニオンに固着した座標系におけるピニオン凹歯面の式になる. ピニオン凹歯面 $X_{p\varphi}$ の単位面法線ベクトル $N_{p\varphi}$ は

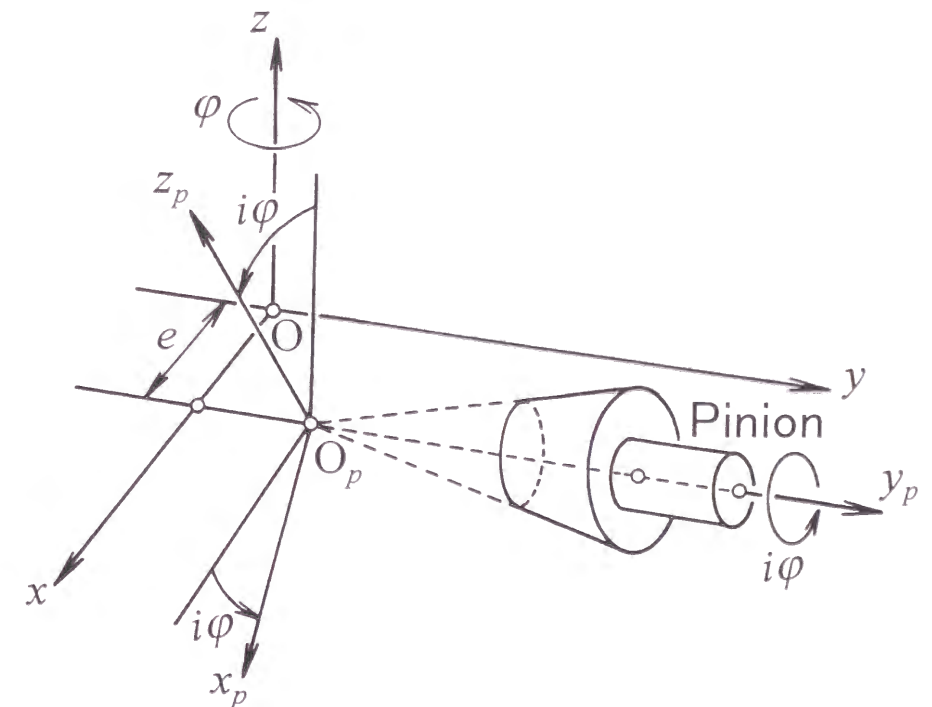


Fig. 3. 2 Coordinate system $O_p-x_p y_p z_p$ attached to pinion

$$N_{p\varphi}(u_p; \varphi) = B^{-1}(i\varphi) N_c(u_p; \varphi) \quad (3-8)$$

3.4 歯切り誤差検出法

本章で提案する歯切り誤差検出法では、検出対象となる歯車は歯切り誤差がないとき所定の歯当たりを得ることのできる歯車であることを前提にしている。第2章で提案した歯切り法によるハイポイドギヤは、ギヤおよびピニオンを正しく歯切りすれば必然的に指定した位置に歯当たりを得ることのできる歯車である。したがって、平歯車と同じようにギヤおよびピニオンの個々の歯車を正しく歯切りすればよく、従来のハイポイドギヤのように歯車対としての歯当たりを得ようとする必要はない。本節では、歯切り誤差検出法を提案し、この方法をギヤ凸歯面に適用した場合について述べるが、ピニオン凹歯面にも同じように適用できる。また本法は、まがりばかさ歯車や鼓形ウォームギヤに代表される三次元の複雑な曲面をもつ歯車についても歯面の数式表示が異なる以外はすべて同じように取り扱うことができる[6, 7]。

ギヤに固着した座標系 $O_g-x_gy_gz_g$ で、ギヤ凸歯面は式(3-1)に示すように二つのパラメータ u_g , Θ_g で表示されているが、 u_g , Θ_g のほかに、歯切りしたときの状態、すなわち工具やワークの歯切り盤への取付け位置および姿勢を表すパラメータ (V_g , H_g , Z_g , λ_{gr} など) も含まれている。工具やワークの取付け位置および姿勢などは歯切り盤に一たび設定されたのちは歯切り作業中に変動しないから、 V_g , H_g , Z_g , λ_{gr} などは歯面表示式中に定数で表されている。本節と 3.5 節では、 V_g , H_g , Z_g , λ_{gr} などを一般的立場から改めてパラメータ C_1, C_2, \dots, C_k で表すことにし、3.6 節で具体的に議論する。ギヤ凸歯面に C_1, C_2, \dots, C_k が含まれていることを考えると、ギヤに固着した座標系 $O_g-x_gy_gz_g$ で表されているギヤ凸歯面 X_g とその単位面法線ベクトル N_g は次に示されるベクトル式で表される。

$$\begin{aligned} X_g &= X_g(u_g, \Theta_g; C_1, C_2, \dots, C_k) \\ N_g &= N_g(u_g, \Theta_g; C_1, C_2, \dots, C_k) \end{aligned} \quad (3-9)$$

パラメータ C_1, C_2, \dots, C_k の値は設計段階で設計値としてすでに与えられているものであるが、実際に歯車を歯切りしたときの値はそれぞれわずかではあるが設計値とは異なっていると考えられる。 C_1, C_2, \dots, C_k の実際に歯切りしたときの値と設計値との差が歯切り誤差になる。ここでは、これらをパラメータ C_1 の誤差などと表現することにする。

式(3-9)で示されているギヤ凸歯面を三次元測定機の測定台の上に置く。このとき、ギヤ凸歯面は任意の状態に置かれるが、ギヤ軸とギヤブランク取付け基準面の位置は歯面測定とは無関係の測定によって決定することができる。すなわち、ギヤには歯切り用あるいは組付け用の治具に取付けるための穴があり、その穴の内径面の座標測定を行えばその座標測定値から最小二乗法によって内径面の中心軸である z_g 軸の位置を決定することができる。また、ギヤの置かれた取付け基準面の座標測定を行えば z_g 軸の零点 O_g の位置を決定することができる。したがって、図 3.3 に示すように、ギヤに固着した座標系 $O_g-x_gy_gz_g$ の原点 O_g と z_g 軸はそれぞれ三次元測定機の座標系 $O_t-x_ty_tz_t$ の原点 O_t と z_t 軸に一致するように設定することができる。しかし、歯車本体に設定した x_g 軸が不明であるために x_g 軸と x_t 軸とは一致させること

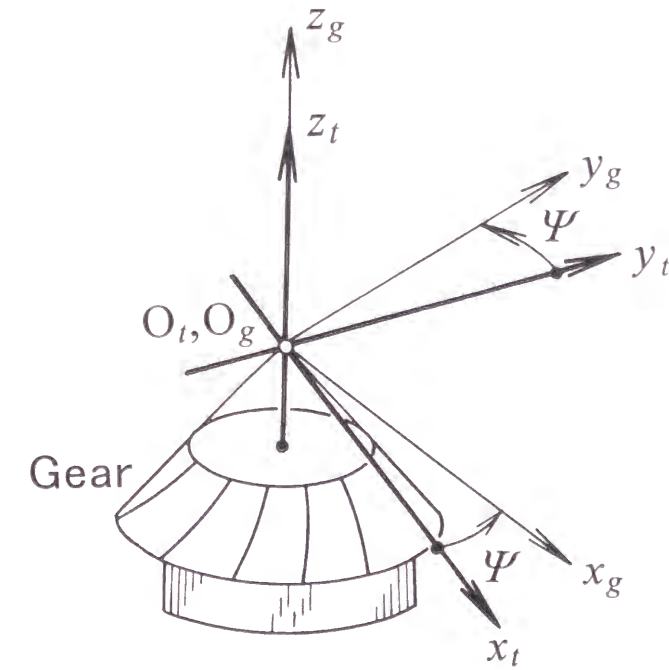


Fig. 3.3 Relation between coordinate systems $O_t-x_ty_tz_t$ and $O_g-x_gy_gz_g$

ができず、両軸は未知なる角度をなすとしなければならない。この未知なる角度を Ψ とする。ギヤ凸歯面 X_g とその単位面法線ベクトル N_g を座標系 $O_t-x_t y_t z_t$ で表し、それぞれ X_t , N_t とすると、

$$\begin{aligned} X_t &= C(\Psi) X_g \\ N_t &= C(\Psi) N_g \end{aligned} \quad (3-10)$$

なお、式(3-10)の変換を行った後でも、 X_t , N_t の z_t 成分には Ψ が含まれない。

図 3. 4 は、半径 r_0 の球状測子と歯面 X_t とが点 Q_t で点接触している状態を示している。 $O_t-x_t y_t z_t$ において、球状測子の中心 P_t の座標を表す位置ベクトル P は幾何学的には歯面 X_t とその単位面法線ベクトル N_t を用いて次式で示される。

$$P = X_t + r_0 N_t \quad (3-11)$$

ここに、 P は列ベクトルであり、

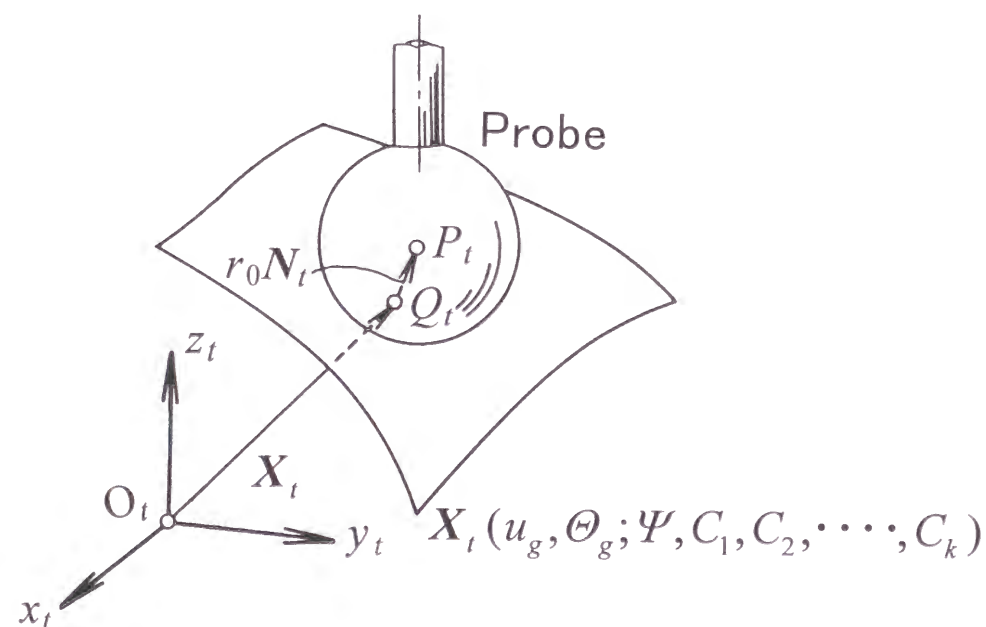


Fig. 3. 4 Measurement of tooth surface

$$P = (P_x, P_y, P_z)^T \quad (3-12)$$

一方、式(3-12)とは無関係に、歯面と点接触している球状測子の中心 P_t の座標 (M_x, M_y, M_z) が三次元測定機で測定される。この座標測定値を位置ベクトル M で表す。

$$M = (M_x, M_y, M_z)^T \quad (3-13)$$

ここで、直角座標系で表示されている位置ベクトル P と M を、図 3. 5 に示すように z_t 軸を円筒軸とし $x_t y_t$ 面を $r_t \theta_t$ 面とする円筒座標系 $O_t-r_t \theta_t z_t$ に変換する。

$$\begin{aligned} P &= (P_r, P_\theta, P_z)^T \\ M &= (M_r, M_\theta, M_z)^T \end{aligned} \quad (3-14)$$

ここに、

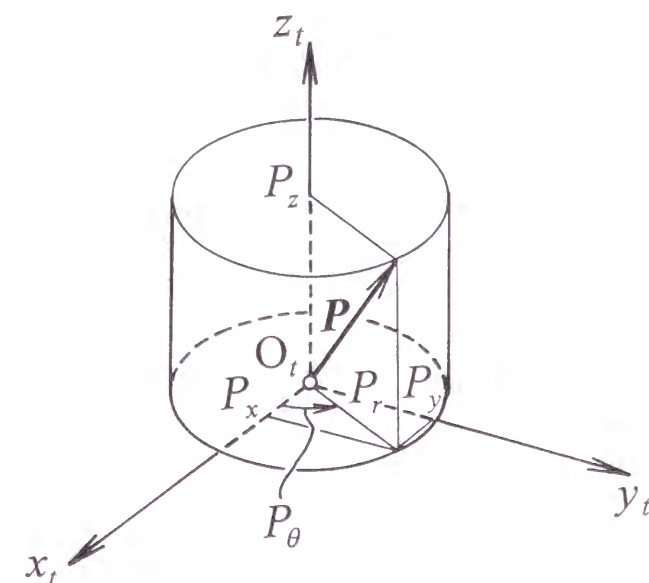


Fig. 3. 5 Transformation into cylindrical coordinate system

$$\begin{aligned}
P_r &= \sqrt{P_x^2 + P_y^2} \\
P_\theta &= \tan^{-1} \left(\frac{P_y}{P_x} \right) \\
M_r &= \sqrt{M_x^2 + M_y^2} \\
M_\theta &= \tan^{-1} \left(\frac{M_y}{M_x} \right)
\end{aligned} \tag{3-15}$$

このように変換すると、 \mathbf{P} の各成分 P_r , P_θ , P_z のうち P_r , P_z には Ψ が含まれず、 P_θ のみに含まれることになる。

$$\begin{aligned}
P_r &= P_r(u_g, \Theta_g; C_1, C_2, \dots, C_k) \\
P_\theta &= P_\theta(u_g, \Theta_g; \Psi, C_1, C_2, \dots, C_k) \\
P_z &= P_z(u_g, \Theta_g; C_1, C_2, \dots, C_k)
\end{aligned} \tag{3-16}$$

式(3-16)の P_θ には Ψ が含まれるが、それは次式の形で表すことができる。

$$P_\theta = S_\theta(u_g, \Theta_g; C_1, C_2, \dots, C_k) + \Psi \tag{3-17}$$

さて、球状測子の中心 P_i の座標を表す位置ベクトル \mathbf{P} とその測定値 \mathbf{M} のそれぞれの r_i , z_i 成分を等しくすれば、式(3-18)を得る。

$$\begin{aligned}
M_r - P_r(u_g, \Theta_g; C_1, C_2, \dots, C_k) &= 0 \\
M_z - P_z(u_g, \Theta_g; C_1, C_2, \dots, C_k) &= 0
\end{aligned} \tag{3-18}$$

式(3-18)より、形式的には歯面上の点 Q_i を表すパラメータ u_g , Θ_g を、 Ψ に無関係に C_1 , C_2 , \dots , C_k の関数として決定できる。これが円筒座標系を導入した効果である。式(3-18)から求められる u_g , Θ_g は

$$\begin{aligned}
u_g &= u_g(C_1, C_2, \dots, C_k) \\
\Theta_g &= \Theta_g(C_1, C_2, \dots, C_k)
\end{aligned} \tag{3-19}$$

この u_g , Θ_g を式(3-15)の P_θ に代入し、 M_θ とこれを比較する。もし、 Ψ が既知でしかも C_1 , C_2 , \dots , C_k がすべて設計値どおりであるなら、 M_θ と P_θ は一致するはずである。

$$M_\theta - P_\theta(\Psi, C_1, C_2, \dots, C_k) = 0 \tag{3-20}$$

ところが、実際には Ψ は未知であり、 C_1 , C_2 , \dots , C_k のうちいくつかには誤差があるので、式(3-20)の右辺は一般に零にはならず残差 E が生じる。

$$E = M_\theta - P_\theta(\Psi, C_1, C_2, \dots, C_k) \tag{3-21}$$

この残差 E は M_θ と P_θ の差、すなわち z_i 軸まわりの偏角の差である。

いま、ギヤ凸歯面上で任意の n 個の点の座標を測定したとする。 i 番めの測定値 M_i ($i = 1, 2, \dots, n$) に対応する残差を式(3-21)より求め、これを E_i とする。この E_i がすべて零になるような Ψ , C_1 , C_2 , \dots , C_k は一般には存在しない。そこで、 E_i の二乗和が最小になるような Ψ , C_1 , C_2 , \dots , C_k を、すなわち最小二乗法により Ψ , C_1 , C_2 , \dots , C_k を求めることにする。残差 E_i の二乗和を F とすると、

$$F = \sum_{i=1}^n E_i^2 \tag{3-22}$$

F を最小にする条件は

$$\begin{aligned}
\frac{\partial F}{\partial \Psi} &= 0 \\
\frac{\partial F}{\partial C_1} &= 0 \\
\frac{\partial F}{\partial C_2} &= 0 \\
&\vdots \\
&\vdots \\
&\vdots \\
\frac{\partial F}{\partial C_k} &= 0
\end{aligned}
\tag{3-23}$$

式(3-23)は $(k+1)$ 元の連立方程式であり、これらの式を解くことによって Ψ および C_1, C_2, \dots, C_k の値を求めることができる。

ところで、実際のギヤ歯面 X_i は擬円すい面全体の一部の領域に偏在している複雑な曲面である。また、歯切り時の工具やワークの歯切り盤への取付け位置および姿勢の誤差や歯切り盤固有の動作の誤差は小さい。そのために、 C_1, C_2, \dots, C_k の誤差のうちのいくつかは歯面に対して同じように影響を及ぼす場合がある。このような場合、一部のパラメータの間で独立性が失われることになる。一方、 C_1, C_2, \dots, C_k の誤差のうち歯面に対して大きな影響を与えるものとわずかな影響しか与えないものとが混在し、大きな影響を与えるもののなかに小さな影響しか与えないものが埋没してしまう場合がある。このように独立性が失われたり誤差の影響が埋没する場合、誤差を含んだ C_1, C_2, \dots, C_k の値すべてを同時に求めることは困難になる。そこで本研究では、 C_1, C_2, \dots, C_k の値を別々に求めることにする。ところが、この場合、 C_1, C_2, \dots, C_k のうちどのパラメータに誤差があるとしそれを検出するのか、いわゆる検出すべきパラメータの選定が必要になる。選定法については3.5節で述べる。

さて、パラメータ C_1, C_2, \dots, C_k のうちたとえば C_1 の値を求める場合、 F を最小にする Ψ (図3.3参照) と C_1 とを式(3-24)から求めればよい。

$$\begin{aligned}
\frac{\partial F}{\partial \Psi} &= 0 \\
\frac{\partial F}{\partial C_1} &= 0
\end{aligned}
\tag{3-24}$$

ここまでは本歯切り誤差検出法をギヤ凸歯面に適用した場合について述べたが、この論旨はピニオン凹歯面についても同じように適用できる。このとき、3.3.2項で述べたようにピニオンに固着した座標系 $O_p-x_p y_p z_p$ においてピニオン軸は y_p 軸であるから、座標系 $O_p-x_p y_p z_p$ の原点 O_p と y_p 軸を、それぞれ三次元測定機の座標系 $O_i-x_i y_i z_i$ の原点 O_i と y_i 軸に一致するように設定して、ピニオン凹歯面を測定する。ただし、ピニオンを任意の状態に置くと y_i 軸に対して y_p 軸が平行にならないため、図3.6に示すようにピニオン軸外径 S, T の二ヶ所についてそれぞれ3点ずつ測定し、各ヶ所で3点を通る円の中心を求めた後、その二つの円の中心を結んだ線を y_i 軸の初期値として、最小二乗法によって y_p 軸と y_i 軸とを一致させるものとする。

3.5 検出パラメータの選定法

3.4節で述べたように、本歯切り誤差検出法ではパラメータ C_1, C_2, \dots, C_k の値を別々に求め、これらのうちどれかのパラメータに誤差があるとし、それを検出することを目的とする。検出すべきパラメータの選定法としては、 C_1, C_2, \dots, C_k のうちのどれを検出すべきかをあらかじめ調べておき、その値のみを求める方法が簡単であると考えられる。なぜならば、検出すべきパラメータがあらかじめわかっているならば、 C_1, C_2, \dots, C_k の値すべてを求めなくてもよいからである。しかし、あらかじめ選定したパラメータに誤差がなく、そのほかのパラメータに誤差がある場合、選定したパラメータの値を求めてもその値に対応する理論歯面は座標測定値

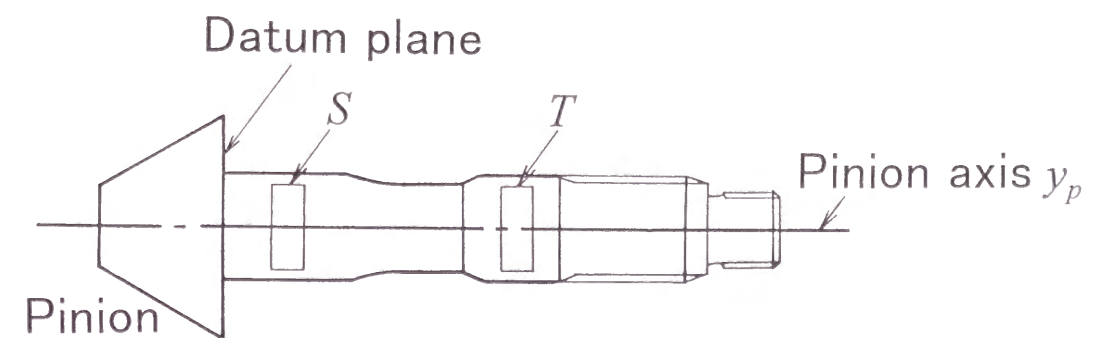


Fig. 3.6 Determination of pinion axis

群によく適合した歯面とはならない場合がある．すなわち適合精度がよくなる場合がある．そのようなときには，検出したパラメータの値と設計値とを比較しそれを補正して修正歯切りを行っても，設計どおりの歯面を得ることができない．設計どおりの歯面を得るには，実際に誤差があると考えられるパラメータを見つけ，それを補正しなければならない．そこで本研究では，歯面の座標測定値群から検出すべきパラメータを次のようにして見つける．

まず，式(3-24)より Ψ と C_1 を求める．このとき， C_1 以外は設計値どおりとし，誤差がないとする．次に， Ψ と C_2 を同様にして求める． C_3 以下についても同様にして求める．このようにして求めた C_1, C_2, \dots, C_k の値に対応する理論歯面が座標測定値群によく適合しているかどうかを評価するために，推定理論歯面に対する各測定値の残差を計算し，その絶対値の平均値（ばらつきの程度）を考える．それらは角度の単位をもつ量で表されるので，残差の絶対値の平均値は偏角の平均値であり，歯車軸を軸とする円の周方向距離 Δt で表すことができる．これを C_1, C_2, \dots, C_k それぞれについて計算する． Δt は

$$\Delta t = R_{ga} \sqrt{\frac{F}{n}} \quad (3-25)$$

ここに， R_{ga} は歯車の平均半径である．図3.7に Δt の大小を誇張して示す．図に示すように， Δt が小さいということは，測定値群によく適合する理論歯面が推定されていることを意味し，逆に Δt が大きいということは，測定値群によく適合する理論歯面が推定されていないことを意味するから， Δt を適合精度とみなすことができる．そこで，適合精度 Δt の値が最も小さくなるパラメータを見つけ，それに誤差があるとする．

そのほかのパラメータにも誤差がある場合は次のようにする．まず，適合精度 Δt の値が最も小さくなるパラメータの値を求め，次いでその値のもとで，ほかの各パラメータについてそれぞれの値と Ψ の値および Δt の値を求める．もし， Δt の値がさらに小さくなるパラメータがあれば，誤差を含めたそのパラメータの値を用いることによって推定理論歯面は測定値群にさらによく適合することになるから，そのパラメータにも誤差があるとする． Δt が小さくなるパラメータがなければ，

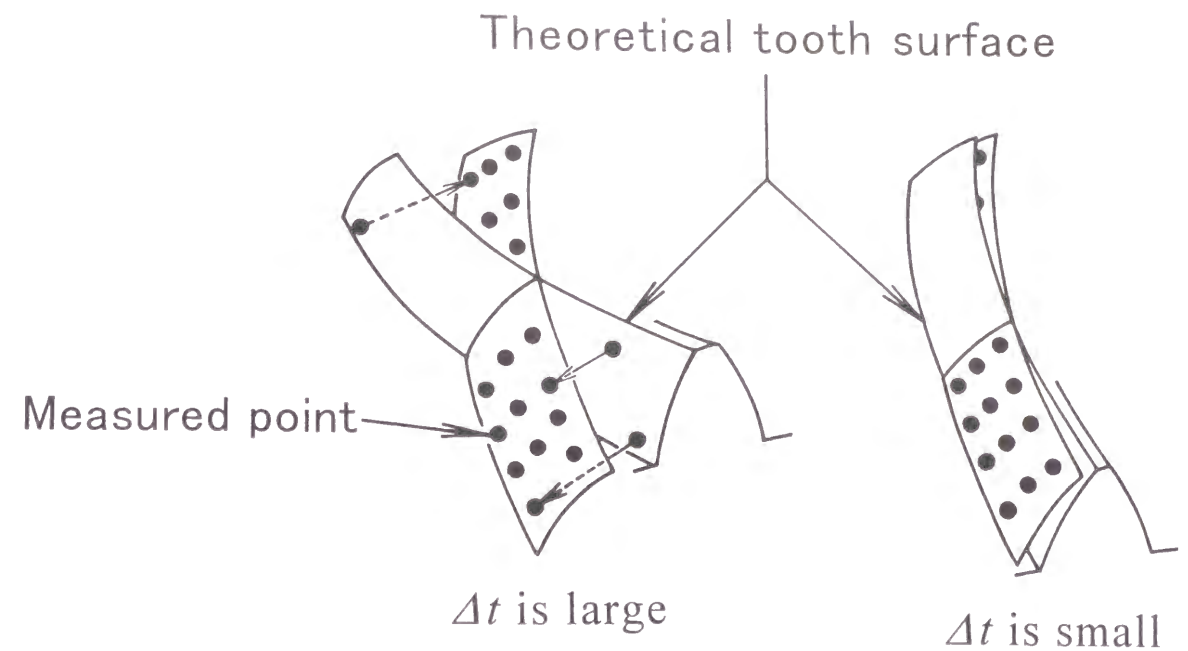


Fig. 3.7 Representation of large and small values of Δt

推定理論歯面は測定値群にさらによく適合することにならないから，最初に Δt が小さくなるパラメータにのみ誤差があることにする．そのようにして， Δt の値が変化しなくなるまでこの操作を繰り返す．

歯面形状誤差の大きさは，歯車の形状寸法に比べ十分小さいために，誤差の二乗和の最小値に対して線形であると仮定することができる．したがって，前述のように各パラメータの値を別々に求めたり，最初に Δt の値が最も小さくなるパラメータを見出して，誤差を含めたそのパラメータの値のもとでほかのパラメータの値を求める，すなわちパラメータの重ね合わせをすることが可能である．

以上のような方法で， Δt の値が小さくなるパラメータを見出し，それに誤差があると考え，そして，そのパラメータの値と設計値とを比較し，歯切り誤差を求める．これが本節で提案している検出すべきパラメータの選定法である．

3.6 マシンセッティングに関するパラメータ

ギヤ凸歯面 X_g に含まれている歯切り時の工具やワークの歯切り盤への取付け位置および姿勢に関するパラメータ，いわゆるマシンセッティングに関するパラメー

タには、次のようなものが考えられる。

カッタの歯切り盤への取付けに関しては、カッタの位置を定める中心 O_c の x 座標 V_g , y 座標 H_g , z 座標 Z_g である。ワークの歯切り盤への取付けに関しては、ワークの姿勢を定めるギヤ歯底円すい角 λ_{gr} , ワークの位置を定めるギヤ歯底円すい頂点 O_g からギヤブランク取付け基準面までの距離、いわゆる背面距離, $L_g = \sqrt{L_{yg}^2 + L_{zg}^2}$, 取付け位置の x 座標 L_{xg} がある。カッタ中心の座標 V_g と H_g に関しては、第2章 2・11 節と同様に動径に相当するラジアルセッティング量 $R_{sg} = \sqrt{V_g^2 + H_g^2}$ と偏角に相当するカッタ中心旋回角 $A_{sg} = \tan^{-1}(H_g/V_g)$ とに変換する。さらに、ワークとカッタの相対的な位置および姿勢の関係は変わらないので、どちらか一方のみを考えればよい。本研究ではワークの位置を定める L_g , L_{xg} に誤差がないとし、カッタの位置を定める R_{sg} , A_{sg} , Z_g に誤差があるとしこれを検出することにする。

さて、歯切り時に誤差が生じている可能性のあるものとして、マシンセッティングのほかにカッタ諸元に関するカッタ半径 R , 切れ刃の傾き角 γ_{2g} , 切れ刃の円弧曲率中心の座標 (y_0, z_0) があるが、これらは調節しにくいことを考慮し、検出すべきパラメータから除外して考える。

以上のことより、ギヤ凸歯面 X_g に含まれている R_{sg} , A_{sg} , Z_g , λ_{gr} の四つが検出すべきパラメータになり、これらが 3・4 節の C_1, C_2, \dots, C_k に対応づけられる。

ピニオン凹歯面 $X_{p\phi}$ に含まれているマシンセッティングに関するパラメータも X_g の場合と同様に考えることができる。すなわち、カッタの位置を定めるカッタ中心 O_c のラジアルセッティング量 $R_{sp} = \sqrt{V_p^2 + H_p^2}$, カッタ中心旋回角 $A_{sp} = \tan^{-1}(H_p/V_p)$, O_c の z 座標 Z_p , さらにカッタの姿勢を定めるカッタ軸の傾け角 δ と Δ が検出すべきパラメータになる。これより、ピニオン凹歯面に関しては、 R_{sp} , A_{sp} , Z_p , δ , Δ の五つが 3・4 節の C_1, C_2, \dots, C_k に対応づけられる。

3・7 数値計算法

3・7・1 ギヤの数値計算法

三次元測定機の座標系 $O_i-x_i y_i z_i$ において、 u_g , Θ_g を歯面表示パラメータとし、未知なる角度 Ψ およびマシンセッティングに関するパラメータ（以下、マシンセッティングあるいは単にセッティングという） R_{sg} , A_{sg} , Z_g , λ_{gr} を含むギヤ凸歯面 X_i と

その単位面法線ベクトル N_i は式(3-10)で示されるが、それは超越関数になる。よって、この式をもとにした式(3-18)と式(3-24)を解析的に解くことは困難であるので、逐次近似により数値解を求めることにする。数値解を求めるための計算手順は次の通りである。

まず、マシンセッティング R_{sg} の値を求める場合について考える。図 3・8 はこの場合の計算のアルゴリズムの大略を流れ図として示したものである。

三次元測定機で測定した n 個の点の球状測子の中心 P_i の座標 $M_i(M_{xi}, M_{yi}, M_{zi})$, 使用する球状測子の半径 r_0 , 歯車の平均半径 R_{ga} , 第2章 2・10 節の表 2・2 に示すようなカッタ諸元および X_i に含まれている R_{sg} 以外のマシンセッティングなどの設計値を与える。そして、 Ψ と R_{sg} の値を逐次近似によって求めるため、これらの初期値を与える。このとき、 Ψ の初期値は任意の値でよいが、 R_{sg} の初期値は設計値とする。なぜならば、歯切り盤のマシンセッティングの誤差は小さいので、求められる R_{sg} の値も設計値に近いと考えられるからである。球状測子の中心 P_i の座標を表す位置ベクトル P は式(3-11)より、

$$P = X_i(u_g, \Theta_g; \Psi, R_{sg}) + r_0 N_i(u_g, \Theta_g; \Psi, R_{sg}) \quad (3-26)$$

3・4 節で示した手順に従えば、 P_i の位置ベクトル P とその測定値 M の r_i 成分と z_i 成分をそれぞれ等しくすることにより、

$$\begin{aligned} M_r - P_r(u_g, \Theta_g; R_{sg}) &= 0 \\ M_z - P_z(u_g, \Theta_g; R_{sg}) &= 0 \end{aligned} \quad (3-27)$$

式(3-27)の第二式より u_g は

$$u_g = u_g(\Theta_g; R_{sg}) \quad (3-28)$$

で表すことができる。この u_g を式(3-27)の第一式に代入し、これを逐次近似によって解くと、 Θ_g が求められ、それに対応して u_g が求められる。このようにして求めた u_g , Θ_g を用いて式(3-15)より P_θ を計算する。そうすると、 M_θ とこれとの差が残差 E であるから、

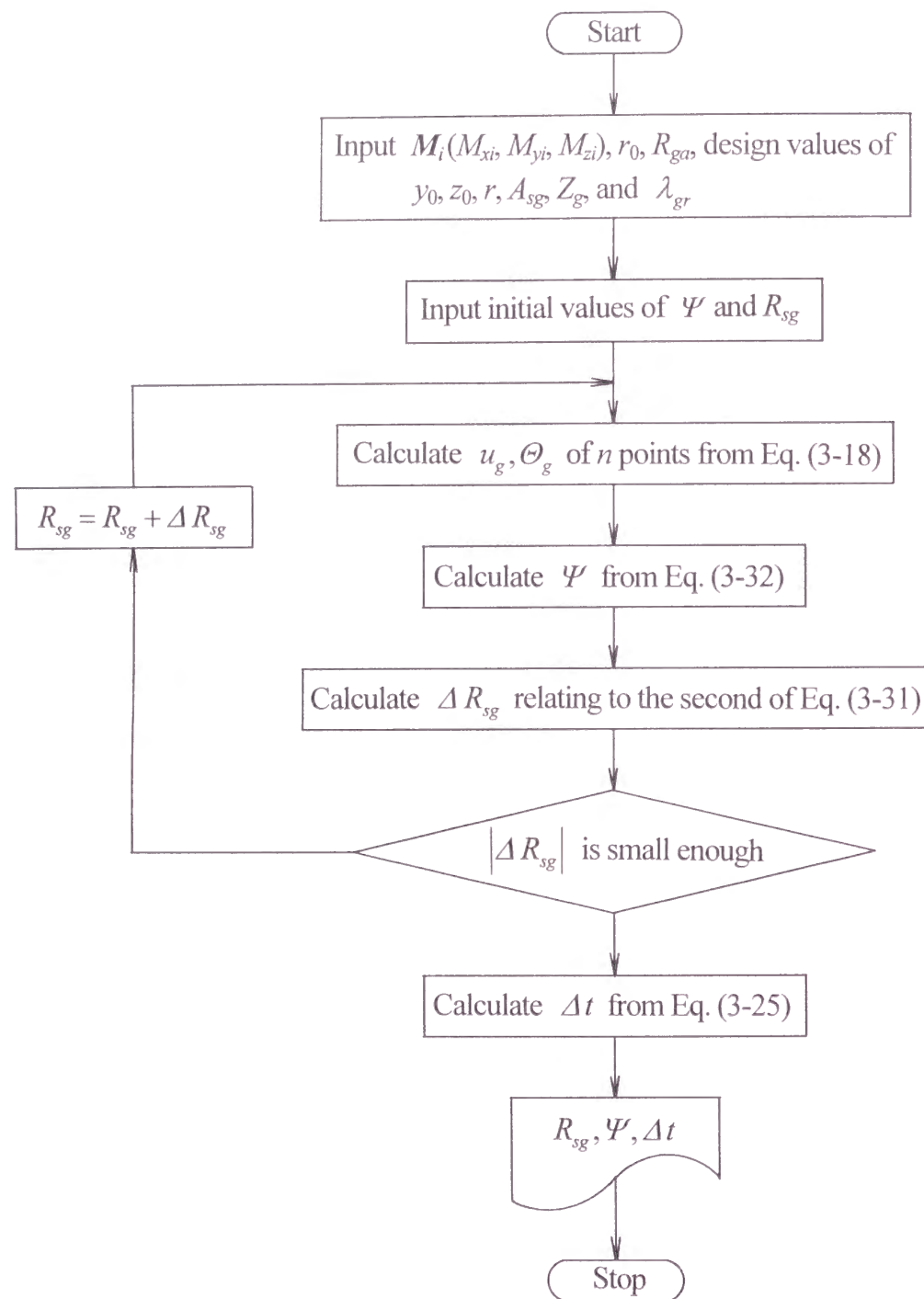


Fig. 3. 8 Flowchart for obtaining numerical solution based on proposed detection method

$$E = M_\theta - P_\theta(\Psi, R_{sg}) \quad (3-29)$$

これより、残差 E が計算できる。 n 個の測定値 $M_i (i=1, 2, \dots, n)$ について残差 E_i を計算すると、その二乗和 F は

$$F(\Psi, R_{sg}) = \sum_{i=1}^n \{E_i(\Psi, R_{sg})\}^2 \quad (3-30)$$

F を最小にする条件は

$$\begin{aligned} \frac{\partial F(\Psi, R_{sg})}{\partial \Psi} &= 0 \\ \frac{\partial F(\Psi, R_{sg})}{\partial R_{sg}} &= 0 \end{aligned} \quad (3-31)$$

式(3-17)、式(3-21)を考慮すると、 Ψ, R_{sg} に関する式(3-31)の第一式から次式を導くことができる。

$$\Psi = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \{M_{\theta i} - S_{\theta i}(R_{sg})\} \quad (3-32)$$

ここに、 $M_{\theta i}$ と $S_{\theta i}$ は i 番目の測定値に対応する M_θ と S_θ である。式(3-32)より Ψ を求め、その値を式(3-31)の第二式に代入し、これを満足する R_{sg} を求める。そのためには、

$$f = \frac{\partial F(R_{sg})}{\partial R_{sg}} \quad (3-33)$$

とおき、初期値における $\partial f / \partial R_{sg}$ を計算する。微分係数は差分から求めると簡単である。 R_{sg} の修正値を ΔR_{sg} とおくと、 ΔR_{sg} は

$$\Delta R_{sg} = \frac{f(R_{sg})}{\frac{\partial f}{\partial R_{sg}}} \quad (3-34)$$

$R_{sg} + \Delta R_{sg}$ を改めて R_{sg} と置き換えて計算を繰り返し、 ΔR_{sg} が設定値以内に収まったときの R_{sg} が式(3-31)の第二式を満足する R_{sg} である。このようにして求めた Ψ と R_{sg} は残差の二乗和 F を最小にし、この F を用いれば 3・5 節の式(3-25)より Δt の値を求めることができる。

以上の計算はペンティアム 200MHz の中央演算処理装置 (CPU) を搭載する電子計算機を用いれば約 3 秒で行うことができる。

A_{sg} , Z_g , λ_{gr} の場合も同様に計算できる。

3・7・2 ピニオンの数値計算法

ピニオン凹歯面についてもギヤ凸歯面の場合とほとんど同様の計算ができる。ただし、ピニオン歯面は複雑な創成曲面である。そのため、歯面表示パラメータ u_p , φ の値は 3・7・1 項のように容易に求めることはできない。そこで本項では、マシンセッティング R_{sp} の値を求める場合について u_p , φ の値を逐次近似によって求める方法を示す。

P_i の位置ベクトル \mathbf{P} とその測定値 \mathbf{M} の r_i 成分と y_i 成分を等しくすることにより、

$$\begin{aligned} M_r - P_r(u_p, \varphi; \Psi, R_{sp}) &= 0 \\ M_y - P_y(u_p, \varphi; \Psi, R_{sp}) &= 0 \end{aligned} \quad (3-35)$$

これを満足する u_p , φ の値を求める。そのためには、

$$\begin{aligned} E_r &\equiv M_r - P_r \\ E_y &\equiv M_y - P_y \end{aligned} \quad (3-36)$$

とおき、初期値として u_p , φ に適当な値を与え、その値における $\partial E_r / \partial u_p$, $\partial E_r / \partial \varphi$, $\partial E_y / \partial u_p$, $\partial E_y / \partial \varphi$, E_r , E_y を計算する。次に、 u_p , φ の修正値を Δu_p , $\Delta \varphi$ とおくと、これらは次式から求めることができる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_r}{\partial u_p} \Delta u_p + \frac{\partial E_r}{\partial \varphi} \Delta \varphi + E_r &= 0 \\ \frac{\partial E_y}{\partial u_p} \Delta u_p + \frac{\partial E_y}{\partial \varphi} \Delta \varphi + E_y &= 0 \end{aligned} \quad (3-37)$$

$u_p + \Delta u_p$, $\varphi + \Delta \varphi$ を改めて、 u_p , φ と置き換えて計算を繰り返し、 E_r と E_y がともに設定値以内に納まったときの u_p , φ が式(3-35)を満たす u_p , φ である。 Ψ , R_{sp} , Δt の値は 3・7・1 項と同様に求めることができる。

以上の計算はペンティアム 200MHz の中央演算処理装置 (CPU) を搭載する電子計算機を用いれば約 8 秒で行うことができる。

A_{sp} , Z_p , δ , Δ の場合も同様である。

3・8 歯切り誤差の検出

本歯切り誤差検出法の有効性を確かめるため、ハイポイドギヤの測定実験を行い歯切り誤差の検出を試みた。実験は第 2 章 2・10 節の表 2.1~2.3 の歯車諸元、カタ諸元および歯切り諸元のハイポイドギヤについて行った。歯切り誤差を検出することを目的としている本研究では、歯切りしたままの歯車についてのみ実験を行ったが、本法は熱処理した歯車やラッピング後の歯車についても適用できる。第 4 章では本法の応用例として熱処理変形の検出に適用した例を示す。

使用した三次元測定機はミットヨ社製マイクロコード F403 である。この測定機は、ブリッジ型の構造をしており、球状測子の移動を手動で行うようになっている。測定範囲は、 x_i , y_i , z_i 各軸方向にそれぞれ 400 mm, 300 mm, 300 mm の大きさである。座標検出には、反射型リニアエンコーダが用いられ、最小読み取り値は $1\mu\text{m}$ である。測定機の精度は測定距離を L とすると $(3+3L/1000)\mu\text{m}$ であり、繰り返し精度は $1\mu\text{m}$ である。ハイポイドギヤが円筒歯車のような高精度な歯車でないことを考えると、この測定精度はハイポイドギヤの歯面測定に関して、特に高精度でもないし、低精度でもないと考えられる。球状測子には英国レニショウ社製の万能タッチトリガ式のものを用いた。球状測子の半径 r_0 は 0.997 mm である。また、測定実験は室温 $20^\circ \pm 1^\circ$ の恒温室で行った。測定点の数は原理的には最小二乗法によって

Table 3. 1 Machine settings in ring gear cutting and their design values

Machine settings		Design values
Radial setting	R_{sg}	70.342 mm
Base cradle angle	A_{sg}	154° 10'
z coordinate of cutter center	Z_g	0.0 mm
Gear root cone angle	λ_{gr}	70° 55'

マシンセッティングの値が求められるだけあればよいが、本実験では、測定中の偶然誤差の影響を避けるために、測定点の数を歯形方向に 2，歯すじ方向に 12 の計 24 点とした。

まず、第 2 章 2・11 節の図 2. 22 で示した唐津鉄工所社製 BGH 型ハイポイドかさ歯車創成歯切り盤で前述の諸元のギヤを成形歯切りし、ギヤ凸歯面を測定した。そして、その座標測定値群から歯切り時のマシンセッティングの値を求め、それと設計値とを比較した。歯切り時のマシンセッティングとその設計値を表 3. 1 に示す。測定においては、3・4 節に示した方法に従ってギヤを三次元測定機の測定台の上に任意の状態に置いて、ギヤの基準面との接触面と治具に取付けるための穴の内径面双方の座標測定を行うことによって、 O_g と O_l および z_g 軸と z_l 軸をそれぞれ一致す

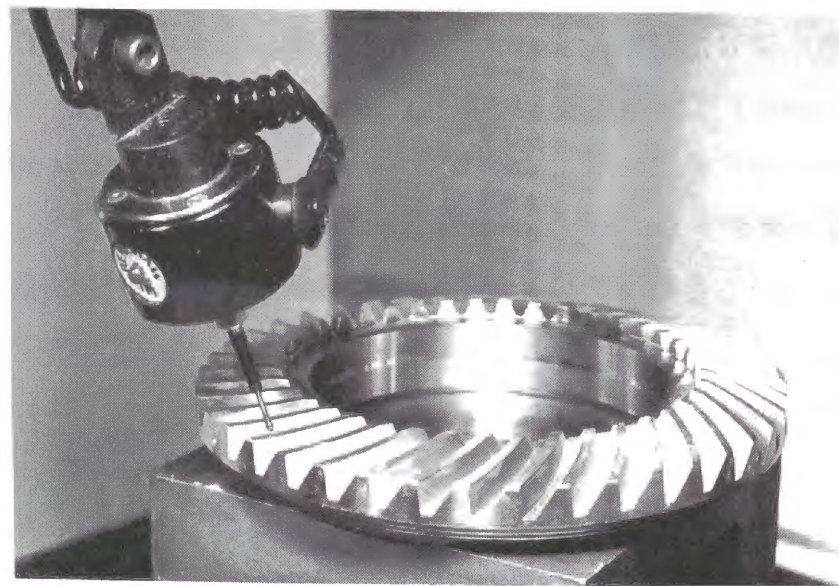


Fig. 3. 9 Ring gear setup on coordinate measuring machine

Table 3. 2 Detected machine settings in ring gear cutting

Machine settings	Differences	Ψ (deg.)	Δt (μ m)
R_{sg}	-0.196 mm	78° 23'	9.8
A_{sg}	-2° 12'	76° 13'	12.0
Z_g	-0.979 mm	78° 10'	16.8
λ_{gr}	-15'	78° 34'	27.2

るように設定した。この設定は容易にできるが、設定にずれがあると歯面測定によって得られる座標測定値にもその影響が現れる。そこで、設定終了後、ギヤの基準面との接触面上の点の座標と穴の内径面上の点の座標をそれぞれ 4 点ずつ測定し、接触面上の各点の z_l 座標および穴の内径双方の真値からのずれを求めた。座標測定の結果、 z_l 座標の最大のずれは 2 μ m，穴の内径のずれは 3 μ m とともに小さく、 O_g と O_l および z_g 軸と z_l 軸は一致していると判断できる。そこで、この状態でギヤ凸歯面を測定した。ギヤ凸歯面の測定の様子を図 3. 9 に示す。

表 3. 1 中の R_{sg} ， A_{sg} ， Z_g ， λ_{gr} のうち、誤差があるとするマシンセッティングを選定するため、3・7 節で示した方法に従って計算処理し、歯面の座標測定値群よりそれぞれのセッティングの値と Ψ の値および適合精度 Δt の値を求めた。その結果を表 3. 2 に示す。表には求めた各セッティングの値を表 3. 1 に示した設計値との差で示している。表 3. 2 より、 Ψ の値が検出されていることがわかる。 Ψ の値が検出できるということは、歯面上に測定の基準点を定めなくても歯車を任意の状態に置いて歯面を測定し、その座標測定値群からマシンセッティングの誤差が検出できることを意味している。前述のセッティングのうち、 Δt の値が最も小さくなるセッティングはラジアルセッティング量であるから、ラジアルセッティング量が $R_{sg} + \Delta R_{sg} = 70.342 - 0.196 = 70.146$ mm としたときの理論歯面が測定値群に最もよく適合していると判断することができる。すなわち、 $R_{sg} = 70.342$ mm で歯切りすべきところ、 $\Delta R_{sg} = -0.196$ mm の誤差を含んだ状態で歯切りしていたと考えることができる。

ところで、この歯切り実験においては Δt が最も小さくなるセッティングは R_{sg} であることが見出されたが、それ以外のセッティングに誤差があるかどうかは不明である。そこで、 $R_{sg} = 70.146$ mm としてそのほかのセッティング A_{sg} ， Z_g ， λ_{gr} の値とそれぞれに対応する Ψ の値および適合精度 Δt の値とを求めた。その結果を表 3. 2

Table 3.3 Detected machine settings in ring gear cutting for $R_{sg} = 70.146$ mm

Machine settings	Differences	$\Psi(\text{deg.})$	$\Delta t(\mu\text{m})$
A_{sg}	$-33'$	$77^\circ 49'$	7.6
Z_g	0.122 mm	$78^\circ 25'$	9.5
λ_{gr}	$46'$	$78^\circ 6'$	5.9

Table 3.4 Detected machine settings in ring gear cutting for $R_{sg} = 70.146$ mm and $\lambda_{gr} = 71^\circ 41'$

Machine settings	Differences	$\Psi(\text{deg.})$	$\Delta t(\mu\text{m})$
A_{sg}	$-24'$	$77^\circ 41'$	4.0
Z_g	-0.123 mm	$78^\circ 4'$	5.2

Table 3.5 Detected machine settings in ring gear cutting for $R_{sg} = 70.146$ mm, $\lambda_{gr} = 71^\circ 41'$, and $A_{sg} = 153^\circ 46'$

Machine setting	Difference	$\Psi(\text{deg.})$	$\Delta t(\mu\text{m})$
Z_g	-0.030 mm	$77^\circ 41'$	3.9

と同様に表 3.3 に示す. 表 3.3 より, 各セッティングの Δt はすべて表 3.2 の R_{sg} のそれより小さくなっており, その中で最も小さいのは λ_{gr} の Δt である. すなわち, $R_{sg} = 70.146$ mm, $\lambda_{gr} + \Delta\lambda_{gr} = 70^\circ 55' + 46' = 71^\circ 41'$ としたときの理論歯面が表 3.2 の R_{sg} の場合のそれより測定値群によく適合していることになる. そこで今度は, $R_{sg} = 70.146$ mm, $\lambda_{gr} = 71^\circ 41'$ として, そのほかのセッティング A_{sg} , Z_g の値とそれぞれに対応する Ψ の値および Δt の値を求めた. その結果を表 3.4 に示す. 表 3.4 より, A_{sg} , Z_g の Δt はともに表 3.3 の λ_{gr} の Δt よりさらに小さくなっており, A_{sg} の Δt が Z_g のそれより小さい. すなわち, $R_{sg} = 70.146$ mm, $\lambda_{gr} = 71^\circ 41'$, $A_{sg} + \Delta A_{sg} = 154^\circ 10' - 24' = 153^\circ 46'$ としたときの理論歯面が表 3.3 の λ_{gr} の場合のそれより測定値群によく適合していることになる. そこでさらに, $R_{sg} = 70.146$ mm, $\lambda_{gr} = 71^\circ 41'$, $A_{sg} = 153^\circ 46'$ として Z_g の値とそれぞれに対応する Ψ の値および Δt の値を求

Table 3.6 Detected machine settings in ring gear cutting after corrective cutting

Machine settings	Differences	$\Psi(\text{deg.})$	$\Delta t(\mu\text{m})$
R_{sg}	0.020 mm	$79^\circ 5'$	4.9
λ_{gr}	$14'$	$79^\circ 0'$	3.6
A_{sg}	$-3'$	$78^\circ 57'$	3.4

めた. その結果を表 3.5 に示す. 表 3.5 より, Δt の値は表 3.4 の A_{sg} の Δt とほとんど変わっていない. これより, 本研究のギヤ凸歯面に関する限り, Z_g に誤差がなく, ラジアルセッティング量 R_{sg} , ギヤ歯底円すい角 λ_{gr} およびカッタ中心旋回角 A_{sg} の三つのセッティングに誤差があると考えてよいことになる.

以上のことを踏まえ, R_{sg} を 0.20 mm, A_{sg} を $24'$ それぞれ増加させるとともに, λ_{gr} を $46'$ 減少させて新たに製作したギヤブランクを歯切り盤に取付け, 修正歯切りを行った. そして, 修正歯切り前と同じ方法で歯車歯面を測定し, その歯面の座標測定値群から, まず R_{sg} の値とそれに対応する Ψ の値および Δt の値を求め, 次に求めた R_{sg} の値のもとで λ_{gr} の値と Ψ の値および Δt の値を求めた. そしてさらに, 求めた R_{sg} と λ_{gr} の双方の値のもとで A_{sg} の値とそれに対応する Ψ の値および Δt の値も求めた. その結果を表 3.6 に示す. 表 3.6 の A_{sg} の Δt は表 3.4 のそれと同程度に小さくなっていることがわかる. 表には求めた各セッティングの値を設計値との差で示しているが, 修正歯切り前の検出結果より R_{sg} , λ_{gr} , A_{sg} の三つのセッティングに誤差があることが明らかであるので, 各セッティングの差をそのまま誤差と考えることができる. 検出した λ_{gr} の誤差は $14'$ で, 完全には補正されていないが, 修正歯切り前の $46'$ に比べて 3 分の 1 以下に小さくなっている. R_{sg} と A_{sg} の誤差は無視できるほど小さく, ほとんど補正されている. これより, 修正歯切りの効果がわかる.

次に, 第 2 章 2.11 節の図 2.25 で示したグリーンソン No. 116 ハイポイドギヤ創成歯切り盤で前述の諸元のピニオンを創成歯切りし, ピニオン凹歯面を測定した. そして, その歯面の座標測定値群から歯切り時のマシンセッティングの値を求め, それと設計値とを比較した. 測定方法は基本的にはギヤ凸歯面の場合と同じであるが, ピニオンは三次元測定機の測定台の上に任意の状態に置くと固定することができないため, ピニオン軸を両センタで支持して O_p と O_i および y_p 軸と y_i 軸をそれぞれ一

Table 3. 7 Machine settings in pinion cutting and their design values

Machine settings		Design values
Radial setting	R_{sp}	70.592 mm
Base cradle angle	A_{sp}	$8^{\circ} 35'$
z coordinate of cutter center	Z_p	-5.326 mm
Dedendum angle	δ	$-6^{\circ} 8'$
Incline angle	Δ	$0^{\circ} 27'$

Table 3. 8 Detected machine settings in pinion cutting

Machine settings	Differences	$\Psi(\text{deg.})$	$\Delta t(\mu\text{m})$
R_{sp}	-0.014 mm	$193^{\circ} 5'$	7.4
A_{sp}	$10'$	$192^{\circ} 5'$	7.5
Z_p	0.061 mm	$193^{\circ} 5'$	7.5
δ	$7'$	$193^{\circ} 17'$	7.4
Δ	$2'$	$193^{\circ} 4'$	7.5

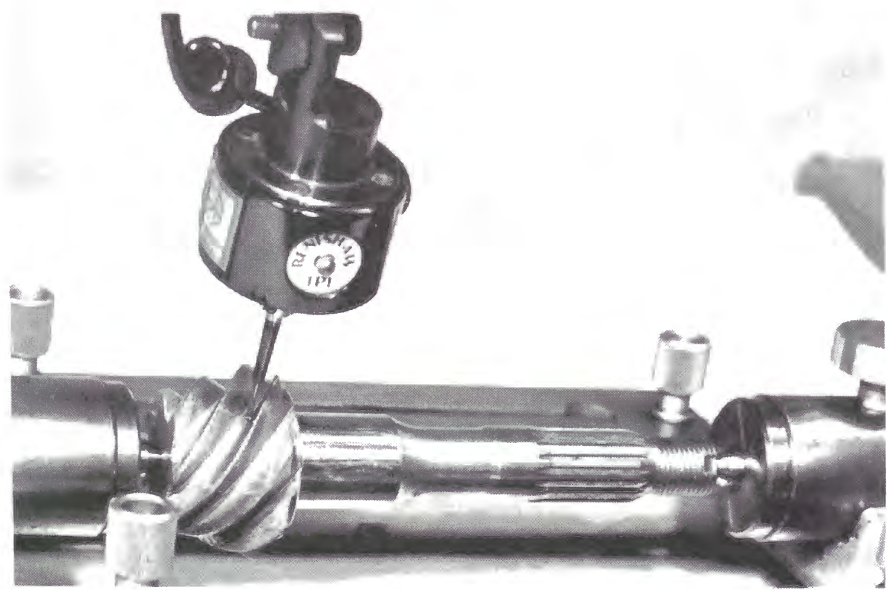
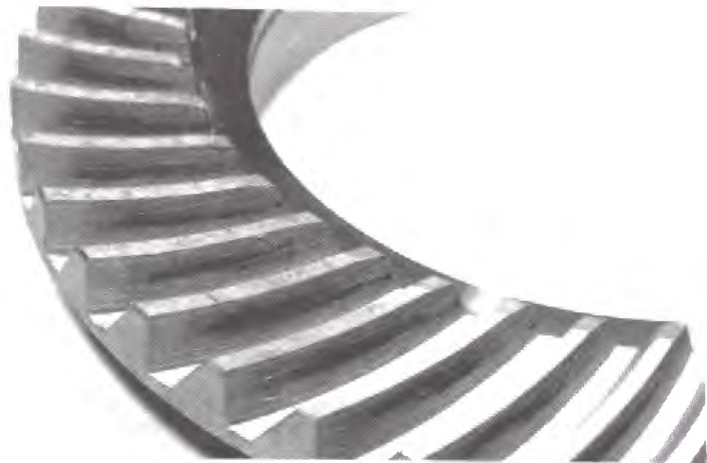
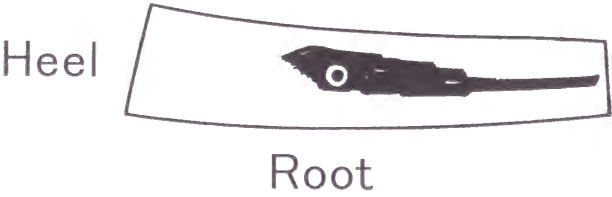


Fig. 3. 10 Pinion setup on coordinate measuring machine



(a) Photograph of tooth bearing

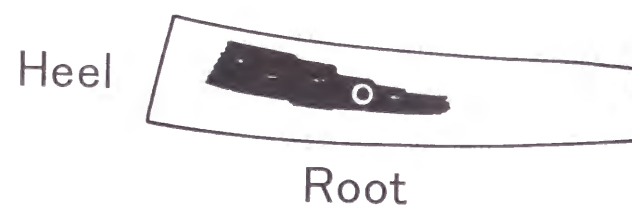


(b) Sketch of tooth bearing

Fig. 3. 11 Tooth bearing on gear tooth surface of convex side



(a) Photograph of tooth bearing



(b) Sketch of tooth bearing

Fig. 3. 12 Tooth bearing on gear tooth surface of convex side after corrective cutting

致するように設定し、ピニオン凹歯面の測定を行った。なお、基準面上の点の y_i 座標の真値からの最大のずれとピニオン軸外径の真値からのずれはともに $3\mu\text{m}$ と小さいことを確認している。ピニオン凹歯面の測定の様子を図 3. 10 に示す。歯切り時のマシンセッティングとその設計値を表 3. 7 に示す。求めた各セッティングの値と ψ の値および適合精度 Δt の値をギヤ凸歯面の場合と同様に表 3. 8 に示す。表 3. 8 より各セッティングの Δt の値はすべて小さく、歯切り誤差も小さいことがわかる。これより、ピニオン凹歯面は正しく歯切りされていると判断した。

さて、正しく歯切りされたピニオン凹歯面と修正歯切り前後でのギヤ凸歯面をそれぞれかみあわせた。修正歯切り前のギヤ凸歯面上での歯当たりを図 3. 11 に、修正歯切り後のそれを図 3. 12 に示す。(a)が歯当たり写真、(b)が歯当たりスケッチ結果である。図 3. 11, 図 3. 12(b)中の黒丸印で示した点は、歯面中央部に定めた設計上の歯当たりの中心点である。修正歯切りにより歯当たりが歯面中央部に移っている。これより、修正歯切りの効果がわかる。

以上より、本歯切り誤差検出法の有効性が確かめられたものと考えられる。

3.9 結 言

ハイポイドギヤを歯切りするとき、工具やワークを所定の位置および姿勢で歯切り盤に正しく取付ける必要があるが、歯切り盤の構造が複雑でその動作を高精度にすることが容易でないため、普通その取付けには誤差を伴う。また、歯切り盤それぞれには固有の構造的あるいは製造上の誤差があるため、たとえその取付けを正確に行ったとしても、歯切りした歯車の歯面は設計した歯面とは異なった形状のものになる。歯切り時のこれら誤差はそれぞれ程度の差はあるにしても歯面に何らかの影響を及ぼしているはずである。本章では、そのような考え方にに基づき、ハイポイドギヤの歯面形状を測定して工具やワークの取付け位置および姿勢の誤差と歯切り盤固有の動作の誤差とを含めて、歯切り誤差として検出する方法を提案した。

本章で提案した検出法は、歯車歯面上の多数点の座標を三次元測定機で測定して、その測定値群に最もよく適合するように、工具やワークの取付け位置と姿勢の関数として表される理論歯面を最小二乗法によって推定することにより、歯切り誤差を逆算するものである。そして、検出した誤差を歯切り作業にフィードバックし、設

計どおりのハイポイドギヤ歯面を得ることを目的としている。

本研究では、第2章で提案した歯切り法によるハイポイドギヤの歯面形状を実際に測定して、その測定値群から工具やワークの歯切り盤への取付け位置および姿勢に関するいろいろなパラメータを評価し、歯切り誤差を検出した。そして、その誤差を補正して修正歯切りを行い、設計歯面に近い歯面を得ることができた。これは本章で展開した理論ならびに方法の正しさを示すものである。

参 考 文 献

- [1] 築添正, 精密測定学, (1968), p. 3, 養賢堂.
- [2] 青木保雄, 改訂精密測定 (1), (1968), p. 4, コロナ社.
- [3] Wylie, C. R., Advanced Engineering Mathematics Third Edition (富久泰明訳, 工業数学 (上)), (1970), pp. 123-140, ブレイン図書出版.
- [4] 谷村正義, 定回轉比歯車に就て (第1報), 日本機械学会論文集, 5巻18号, (1939), pp. 116-122.
- [5] 酒井高男, ハイポイド歯車の歯形に関する研究, 日本機械学会論文集 (第4部), 21巻102号, (1955), pp. 164-170.
- [6] 大矢誠・吉村和幸・田村久司, 鼓形ウォームの検査法に関する研究, 日本機械学会論文集 (C編), 58巻547号, (1992), pp. 864-869.
- [7] Kawasaki, K., Tamura, H., and Nakano, Y., A Method for Inspection of Spiral Bevel Gears in Klingelnberg Cyclo-Paloid System, Proc. Int. Gearing Conference, (1994), Newcastle upon Tyne, pp. 305-310.

第4章 ハイポイドギヤの熱処理変形の検出とそれを見込んだ歯切り

4.1 緒 言

ハイポイドギヤは歯面強度を高めるために、一般に歯切り後熱処理をして用いられる[1]。しかし、熱処理は高い温度への加熱と急激な冷却を伴うため、ハイポイドギヤの歯面は熱処理変形する。そのため、熱処理したハイポイドギヤをかみあわせると、不良な歯当たりが生じたり、異常な振動、騒音を発生することが多くある。

このような熱処理変形は熱処理後のラッピングによってある程度補正することができるが、ラッピングは歯車対の歯面の共ずりであるため、ラッピング前の歯面形状がラッピング後のそれに大きく影響を与えることが避けられない。そのため、熱処理変形に対する歯面形状の補正を歯車の歯切りの段階で与える必要があるが、第1章1.1節で述べたように、現在、(リング)ギヤに対するピニオンのオフセット量や組付け位置をわずかに変えて歯当たりを歯面の端から端まで移動させる、いわゆる *VH* 試験[2]を行い、熱処理前後の *VH* 試験値を熱処理変形と関係づけ、それを参考にして修正歯切りが行われるのが一般的である。この方法は現実に即した簡便な方法ではあるが、現場技能者が歯当たり模様を観察しつつ歯切りを行うことになるから、結局は現場技能者の経験と勘に依存していることになる。そして、このような製造方法は技術として確立されていないという点に不満が残る。

第3章では、ハイポイドギヤの歯面上の多数点の座標を三次元座標測定機で測定しその測定値群から、歯切り時の工具やワークの歯切り盤への取付け位置および姿勢の誤差と歯切り盤固有の動作の誤差とを含めて、歯切り誤差として検出する方法を提案した。そして、第2章で提案した歯切り法によるハイポイドギヤの歯切り誤差をこの方法によって検出し、その誤差を補正して修正歯切りを行った結果、設計した歯面に近いハイポイドギヤ歯面を得ることができた。

本章では、第3章で提案した歯切り誤差検出法をハイポイドギヤの熱処理変形の検出に適用し、熱処理変形を見込んだ歯切りが可能かどうかを検証する。すなわち、ハイポイドギヤの熱処理変形を歯切り誤差に含めて検出することができれば、熱処理変形を見込んだ歯切りが可能になるであろうと考え、この考え方の有効性を確かめる。

4・2 熱処理方法

本研究では、ハイポイドギヤを熱処理し、その熱処理変形を調べる。熱処理変形の検出に用いた歯車は、歯切り誤差の検出に用いたハイポイドギヤと同一で、第2章 2・10 節の表 2.1～2.3 の歯車諸元、カッタ諸元ならびに歯切り諸元のものである。材質はクロムモリブデン鋼（SCM420）である。

このようなハイポイドギヤを第2章 2・11 節と同様の方法で歯切りした後、熱処理した。焼き入れ方法はガス浸炭焼き入れである。ギヤについては、図 4.1 に示すように 920°C の浸炭ガスふん囲気中に 200 分間保持し、その後 840°C まで冷却してその温度で 5 分間保持した。そして、焼き入れをするために歯車を 150°C の油中に投入して 5 分間保持した。その後再加熱して 165°C で 120 分間保持し、焼きもどし処理を行った。ピニオンも同じ方法で熱処理したが、浸炭深さを深くするために浸炭ガスふん囲気中の温度を 930°C とした。

さて、熱処理変形に対する歯面形状の補正を歯車の歯切りの段階で行うためには、変形形状が単純でかつ常に一様であることが必要である。しかし実際には、トレーといわれる歯車を搭載する入れ物が熱処理炉中のどの場所に置かれるかによって、またその入れ物中の歯車の位置や姿勢あるいはトレー中に置かれる歯車の個数などによって、局部的に変形量の大きな部分が生じることがある。そこで本研究では、熱処理炉中の場所による熱処理変形のばらつきも調べるため、ギヤとピニオンそれ

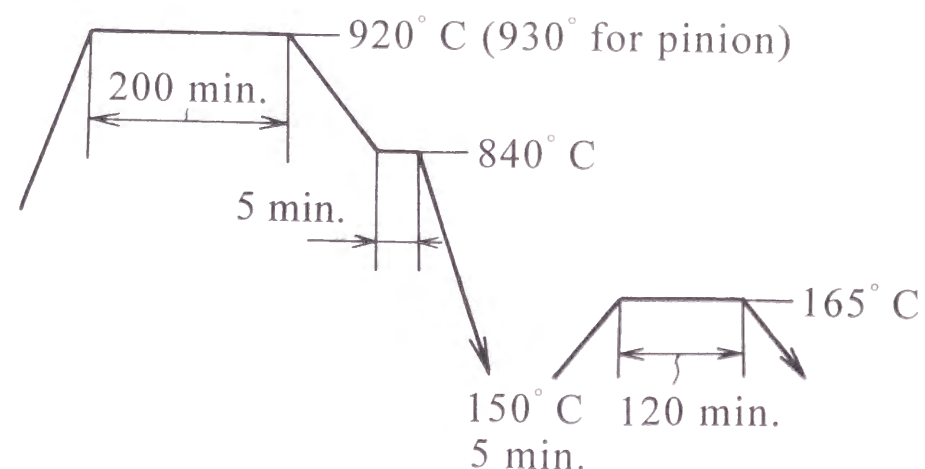


Fig. 4.1 Process of heat treatment

ぞれ 5 個の歯車を熱処理炉中に適当に分散させて置き、熱処理した。

4・3 熱処理変形の検出

熱処理したハイポイドギヤの歯面上の多数点の座標を三次元座標測定機で測定し、その座標測定値群から熱処理変形を検出する。検出法の基本的な考え方は、第3章で提案した歯切り誤差検出法と同じである。この方法に従って、熱処理後の歯面形状を測定してその座標測定値群に最もよく適合するように、工具やワークの歯切り盤への取付け位置と姿勢（マシンセッティングあるいは単にセッティングという）の関数として表される理論歯面を最小二乗法によって推定する。この推定理論歯面に対する工具やワークの取付け位置および姿勢と設計上のそれとの差には歯切り誤差と熱処理変形の双方が含まれているから、これを補正して修正歯切りを行えば熱処理後に設計歯面に近いハイポイドギヤ歯面を得ることができるものと考えられる。

さて、熱処理したギヤはその内径面と取付け基準面を研削して用いられるのが普通であるが、ギヤ全体を熱処理すると研削するときの基準面も変形してしまうため、本研究ではギヤについては内径面および基準面の研削を行わないで歯面を測定した。一方、ピニオンについては両センタで支持することによって外径面と取付け基準面を研削することができるので、そのようにして測定した。また本実験では、熱処理前と後の双方の歯面を測定した。熱処理変形を歯切り誤差に含めて検出しようとする本研究の目的からすれば、熱処理前の歯面の測定は必要としないが、歯切り誤差と熱処理変形とを区別して検出するために熱処理前の歯面も測定した。1 枚の歯面の測定には、測定中の偶然誤差の影響を小さくするため測定点数を 20 点以上とし、歯面の座標測定値群からできるだけ正確な理論歯面を推定できるようにした。

4・3・1 ギヤ歯面の熱処理変形

4・2 節で述べたように、本研究ではギヤ凸歯面の熱処理変形のばらつきをも調べるため、No. 1～No. 5 までの 5 個のギヤを測定し、また 1 個のギヤについて 41 枚の歯面のうち 6 枚おきに 6 枚の歯面を測定した。すなわち、5 個のギヤで計 30 枚の歯面を測定した。

これに先立って、第3章 3・5 節の方法に従い、3・8 節の表 3.1 に示したマシンセ

Table 4. 1 Detected machine settings and Δt before heat treatment

Machine settings	Differences	$\Delta t(\mu\text{m})$
R_{sg}	0.079 mm	2.3
A_{sg}	45'	8.3
Z_g	0.461 mm	3.0
λ_{gr}	58'	8.5

Table 4. 2 Detected machine settings and Δt for $R_{sg} = 70.421$ mm before heat treatment

Machine settings	Differences	$\Delta t(\mu\text{m})$
A_{sg}	-3'	2.3
Z_g	0.009 mm	2.3
λ_{gr}	5'	2.2

ッティング，すなわちラジアルセッティング量 R_{sg} ，カッタ中心旋回角 A_{sg} ，カッタ中心 O_c の z 座標 Z_g ，ギヤ歯底円すい角 λ_{gr} のうちのどのセッティングを検出すべきかを決定するため，ギヤを 1 個選びそのギヤ凸歯面のうちの任意の 1 枚の歯面を熱処理前と後で測定し，歯面の座標測定値群より各セッティングの値と適合精度 Δt の値を求めた．表 4. 1 は熱処理前の結果を示したものである．表には求めた各セッティングの値を設計値との差で示している．表 4. 1 より，前述のマシンセッティングのうち， Δt の値が最も小さくなっているセッティングはラジアルセッティング量 R_{sg} であるから，ラジアルセッティング量が $R_{sg} = 70.342$ (表 3. 1) + 0.079 (表 4. 1) = 70.421 mm としたときの理論歯面が測定値群に最もよく適合していると判断することができる．なお，この計算では R_{sg} 以外のセッティングは設計値どおりであるとしている．これでは，そのほかのセッティングに誤差があるかどうかは不明であるので， $R_{sg} = 70.421$ mm として，そのほかのセッティング A_{sg} ， Z_g ， λ_{gr} の値とそれぞれに対応する適合精度 Δt の値を求めた．その結果を表 4. 1 と同様に表 4. 2 に示す． Δt の値はすべて表 4. 1 の R_{sg} の Δt とほとんど変わっていない．このことは $R_{sg} = 70.421$ mm で，そのほかのセッティングが設計値どおりであるときの理論歯面が測

Table 4. 3 Detected machine settings and Δt after heat treatment

Machine settings	Differences	$\Delta t(\mu\text{m})$
R_{sg}	0.082 mm	3.2
A_{sg}	1° 2'	7.3
Z_g	0.482 mm	3.5
λ_{gr}	1° 14'	7.9

Table 4. 4 Detected machine settings and Δt for $R_{sg} = 70.424$ mm after heat treatment

Machine settings	Differences	$\Delta t(\mu\text{m})$
A_{sg}	-3'	3.2
Z_g	0.003 mm	3.2
λ_{gr}	7'	3.0

定値群に最もよく適合していることを意味する．これより，本実験に用いたギヤ凸歯面に関する限り，熱処理前は R_{sg} だけを検出すればよいと考えることにした．

表 4. 3 は前述の 1 枚のギヤ凸歯面について熱処理後の歯面の座標測定値群より各セッティングの値と適合精度 Δt の値を求めた結果である．表 4. 3 より， Δt の値が最も小さくなっているセッティングは熱処理前と同じ R_{sg} であることがわかる．そこで， $R_{sg} = 70.342 + 0.082 = 70.424$ mm として，そのほかのセッティングの値とそれぞれの Δt の値を求めた．その結果を表 4. 4 に示す． Δt の値はすべて表 4. 3 の R_{sg} の Δt とほとんど変わっていない．

以上のことより，熱処理前後ともに R_{sg} だけを検出すればよいと考えることにした．

そこで，30 枚のギヤ凸歯面を熱処理前後に測定し，それぞれについて R_{sg} の値と Δt の値を求めた．検出した R_{sg} に対する Δt の値は，熱処理前で 2.3~4.7 μm ，熱処理後で 1.9~5.4 μm の範囲にあった．適合精度 Δt の値がすべて 6 μm 以下であるという結果から，予測どおりどの歯面についても R_{sg} のみで歯切り誤差および熱処理変形が評価できると考えてよいと思われる．図 4. 2 に R_{sg} の検出結果を示す．図に

は熱処理前と後で No. 1～No. 5 までの 5 個のギヤについてそれぞれ 6 枚の歯面の R_{sg} の平均値とばらつきの最大幅を示している。図 4. 2 から、熱処理前はどのギヤについても同一ギヤでは R_{sg} の歯面間のばらつきは小さく、またギヤ間のばらつきも小さいことが認められる。測定した 5 個のギヤの全歯面についての R_{sg} の平均値は、70.417 mm であった。これより、 $R_{sg} = 70.342$ mm で歯切りすべきところ、実際には 0.075 mm 大きい $R_{sg} = 70.417$ mm で歯切りしていたことになる。これに対して、熱処理後に検出した R_{sg} の平均値は 70.422 mm で、熱処理前の 70.417 mm と比較してほとんど変わっていない。すなわち、ギヤ凸歯面に関しては熱処理変形は平均的にはほとんど生じていないと考えてよい。しかし、歯面間の熱処理変形のばらつきは大きくなっている。特に No. 2 のギヤで大きくなっているが、これは 4. 2 節で述べた局所的な異常変形によるものと思われる。熱処理後の No. 2 のギヤを除いた残りの全測定歯面の R_{sg} のばらつきの最大幅は、熱処理前で 0.054 mm、熱処理後で 0.079 mm、標準偏差は熱処理前で 0.013 mm、熱処理後で 0.022 mm であった。すなわち、 R_{sg} の 5 個のギヤ全体としてのばらつきの最大幅と標準偏差はともに熱処理によって 1.5 倍程度に大きくなっている。

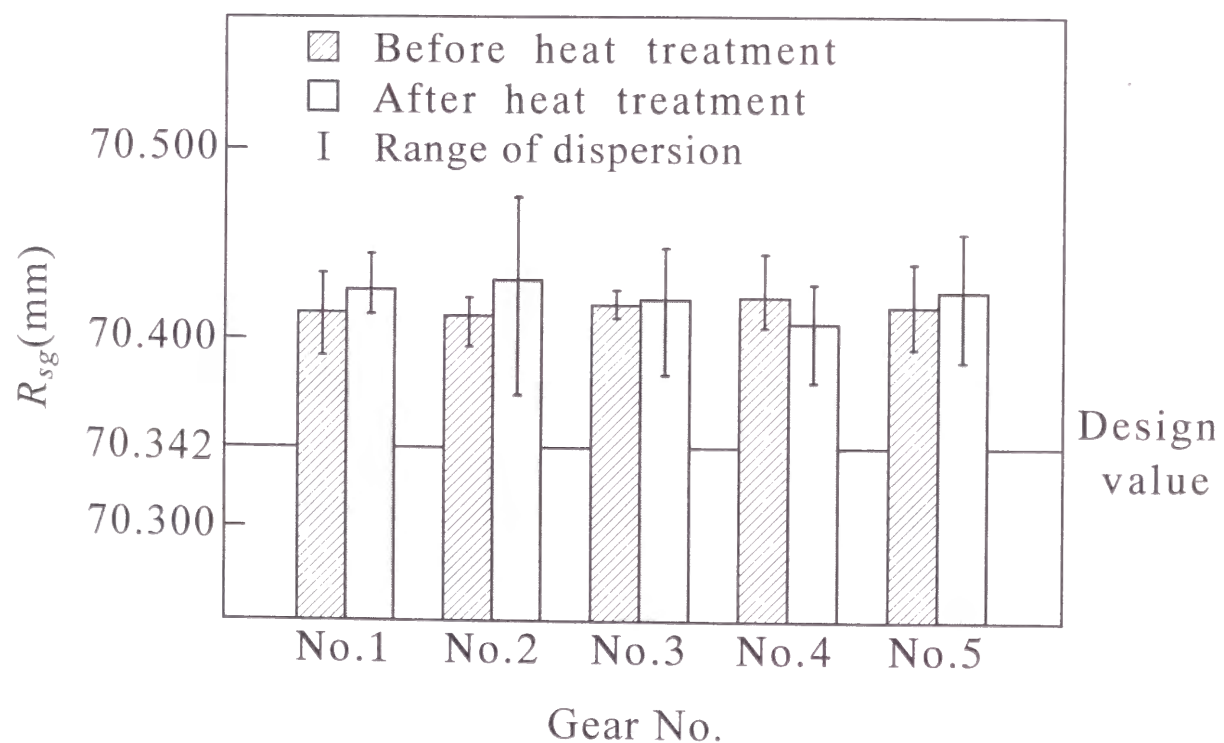


Fig. 4. 2 Detected results of radial setting R_{sg}

4.3.2 ピニオン歯面の熱処理変形

ピニオン凹歯面の熱処理変形を調べた。ピニオンの歯数は 7 枚であり、1 枚おきに 4 枚の歯面を測定した。すなわち、5 個のピニオンで計 20 枚の歯面を測定した。これに先立って、20 枚のピニオン凹歯面のうちから任意の歯面 1 枚を選び、その歯面の座標測定値群により、第 3 章 3.8 節の表 3. 7 に示したマシンセッティング、すなわちラジアルセッティング量 R_{sp} 、カッタ中心旋回角 A_{sp} 、カッタ中心 O_c の z 座標 Z_p 、カッタ軸の傾け角 δ および Δ のうちのどのセッティングを検出すべきかを、ギヤ凸歯面の場合と同様の方法で調べた結果、この場合も、熱処理前後ともにラジアルセッティング量 R_{sp} だけを検出すればよいという結果が得られた。

そこで、20 枚のピニオン凹歯面を熱処理前後に測定し、それぞれについて R_{sp} の値と Δt の値を求めた。検出した R_{sp} に対する Δt の値は熱処理前で $3.6 \sim 9.1 \mu\text{m}$ 、熱処理後で $5.5 \sim 9.7 \mu\text{m}$ の範囲にあった。大きくねじれているピニオン歯面、すなわち変化の激しい曲面で Δt の値がすべて $10 \mu\text{m}$ 以下であるという結果から、どの歯面についても熱処理前後の歯面の変形は R_{sp} のみで評価できると考えてよいと思われる。図 4. 3 に R_{sp} の検出結果を示す。図 4. 3 から、熱処理前はどのピニオンにつ

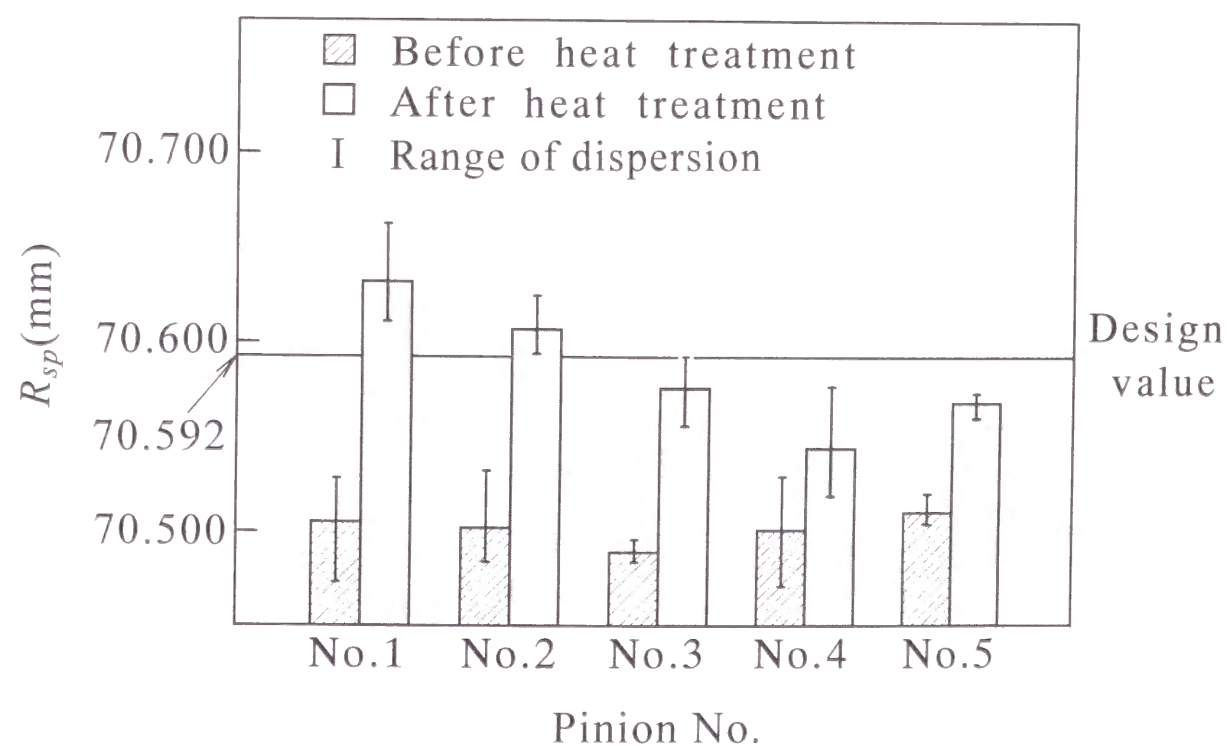


Fig. 4. 3 Detected results of radial setting R_{sp}

いても同一ピニオンでは R_{sp} の歯面間のばらつきは小さく、またピニオン間のばらつきも小さいことがわかる。測定した 5 個のピニオンの全歯面についての R_{sp} の平均値は、70.501 mm であった。これより、 $R_{sp} = 70.592$ mm (表 3. 7) で歯切りすべきところ、実際には 0.091 mm 小さい $R_{sp} = 70.501$ mm で歯切りしていたことになる。ところが、熱処理後の R_{sp} の平均値は 70.585 mm で、熱処理前のそれに比べて 0.084 mm 大きくなったが、結果としては偶然にも設計値に近い値になった。一方、 R_{sp} のばらつきは同一ピニオンでは熱処理前後であまり変わらないが、ピニオン間のばらつきは熱処理によって大きくなっている。測定した全歯面の R_{sp} のばらつきの最大幅は、熱処理前で 0.061 mm、熱処理後で 0.144 mm、標準偏差は熱処理前で 0.020 mm、熱処理後で 0.036 mm であった。すなわち、 R_{sp} の 5 個のピニオン全体としてのばらつきの最大幅と標準偏差はともに熱処理によって 2 倍程度に大きくなっている。

ところで、ハイポイドギヤの熱処理変形は一般に、① ねじれ角が小さくなるように生じ、② その変形量はギヤよりもピニオンのほうが大きいといわれている[3～5]。本研究におけるハイポイドギヤの熱処理変形は、前述のように、ラジアルセッティング量が大きくなる方向に変形する。その変形量は平均的には、ギヤ歯面では無視できるほど小さいが、ピニオン歯面で 0.084 mm であった。これより、本研究のハイポイドギヤの熱処理変形は、上記②と同じ傾向にあることを確認したといえる。しかし、①と同じ傾向にあるかどうかはただちに判断することはできない。そこで、ピニオン歯面上の中央部の一点においてラジアルセッティング量 R_{sp} が 70.501 mm から 70.585 mm に変化したとき、ねじれ角がどのように変化するかを数値計算によって調べた。その結果、ねじれ角は角度で 2 分 10 秒小さくなった。こ

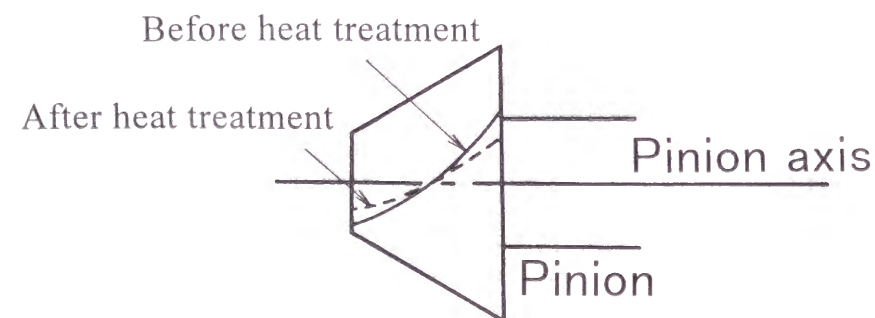


Fig. 4. 4 Variation of pinion spiral angle

のことは、図 4. 4 に示すようにピニオン凹歯面の歯すじが実線から波線に変化することを意味する。これより、本研究におけるハイポイドギヤの熱処理変形からも、ピニオンに関しては①と同じ傾向が認められた。

4.4 検出結果の歯切り作業へのフィードバック

熱処理後に設計歯面に近いハイポイドギヤ歯面を得るため、熱処理後の歯車について検出したラジアルセッティング量の平均値と設計値との差を歯切り誤差とみなし、これを補正して修正歯切りを行う。

ギヤ凸歯面については、4.3.1 項で述べたごとく、熱処理後の R_{sg} の平均値が設計値より 0.080 mm 大きくなっていたので、新たに製作した 5 個のギヤブランクについて R_{sg} を 0.08 mm 減少させて修正歯切りを行った。そして、30 枚の歯面を熱処理前後に測定し、それぞれについて R_{sg} の値と Δt の値を求めた。検出した R_{sg} に対する Δt の値は、熱処理前で 2.2～4.8 μ m、熱処理後で 2.4～6.1 μ m の範囲にあった。

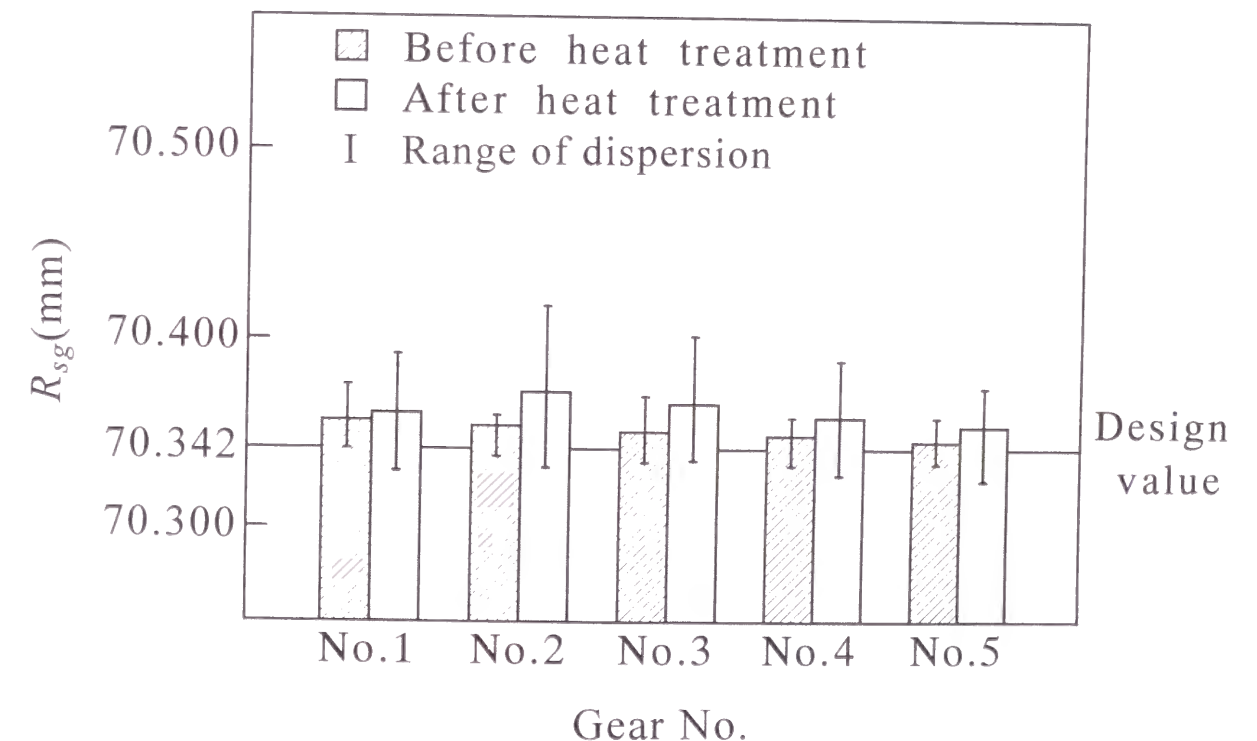


Fig. 4. 5 Detected results of radial setting R_{sg} after corrective cutting

修正歯切りした後の Δt の値は、熱処理前後ともに修正歯切りする前のそれと同じ程度に小さく、熱処理前後の歯面の変形は R_{sg} のみで評価できることが最確認できた。図 4.5 に修正歯切りした後の R_{sg} の検出結果を示す。図 4.5 より、予測どおり、熱処理によって R_{sg} のばらつきは大きくなるが、熱処理後の全測定歯面の R_{sg} の平均値は 70.362 mm であり、設計値との差は 0.020 mm とわずかであって、熱処理変形は平均的にはほとんど生じていないことがわかる。これより、全体としては熱処理後に設計歯面に近いギヤ凸歯面が得られたと考えてよく、熱処理変形を見込んだ修正歯切りの効果がわかる。

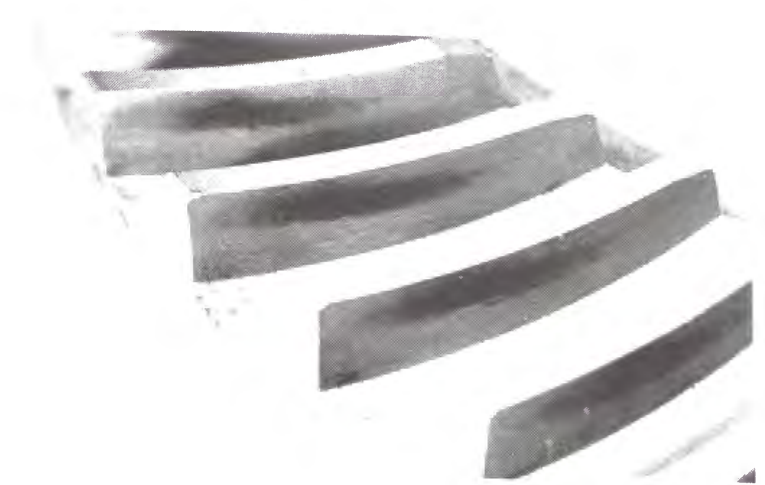
ピニオン凹歯面に関しては、4・3・2 項で述べたごとく、偶然にも歯切り誤差と熱処理変形が相殺しあい、熱処理後に設計歯面に近い歯面が得られており、修正歯切りの必要はない。

設計歯面に近い熱処理後のピニオンと、修正歯切りしない熱処理後のギヤおよび修正歯切りした熱処理後のギヤとをそれぞれかみあわせた。かみあわせた歯車はラジアルセッティング量の狂いの最も小さいものを選んだ。すなわち、熱処理したピニオンは図 4.3 の No. 2、修正歯切りしない熱処理ギヤは図 4.2 の No. 4、修正歯切りした熱処理ギヤは図 4.5 の No. 5 である。図 4.6 に修正歯切りしない熱処理ギヤ凸歯面上での歯当たりを示す。(a)が歯当たり写真、(b)が歯当たりスケッチ結果である。図 4.6(b)中の黒丸印で示した点は、歯面中央部に定めた設計上の歯当たりの中心点である。図 4.7 に修正歯切りした熱処理ギヤの歯当たりを図 4.6 と同様の方法で示す。修正歯切りした場合の歯車では歯当たりが歯面中央部に移っており、その効果のあることがわかる。

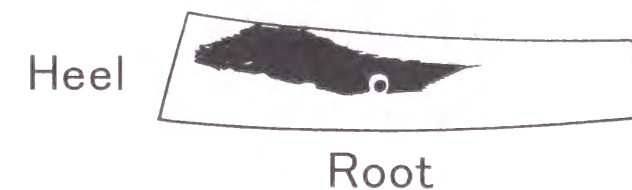
以上より、熱処理変形を見込んだ修正歯切りの有効性が確かめられたものと考えられる。

4・5 熱処理変形のばらつきに関する考察

4・4 節までで、熱処理変形を見込んだ歯切りが可能であることがわかったが、その変形量を評価するラジアルセッティング量は当然のことながらばらついている。本節では、このばらつきについて考察する。

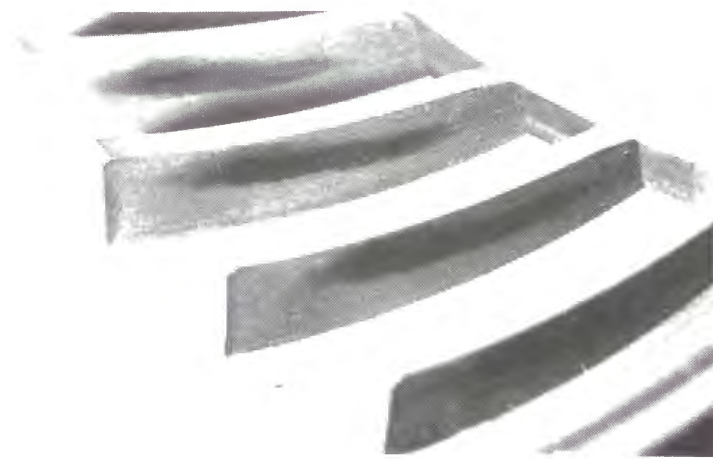


(a) Photograph of tooth bearing

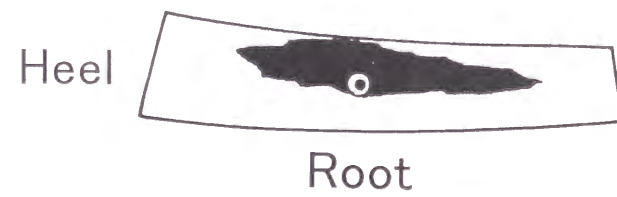


(b) Sketch of tooth bearing

Fig. 4.6 Tooth bearing on gear tooth surface of convex side

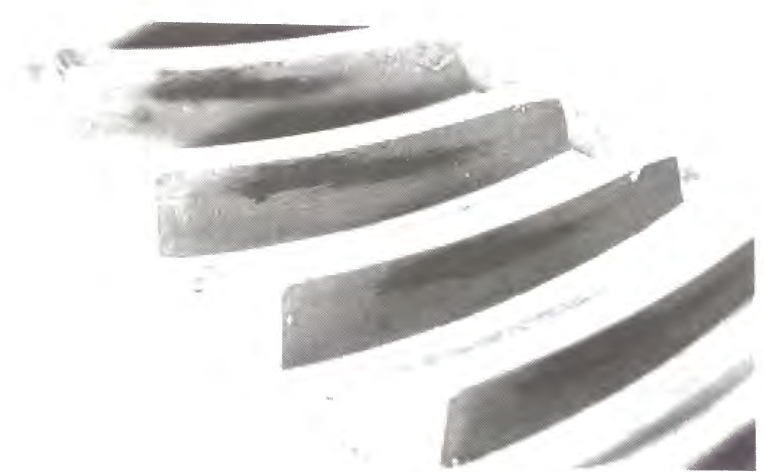


(a) Photograph of tooth bearing

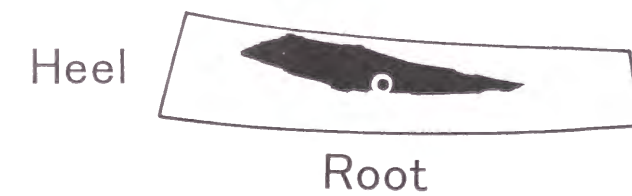


(b) Sketch of tooth bearing

Fig. 4. 7 Tooth bearing on gear tooth surface of convex side after corrective cutting



(a) Photograph of tooth bearing



(b) Sketch of tooth bearing

Fig. 4. 8 Tooth bearing on gear tooth surface of convex side with maximum distortion

本研究で用いたハイポイドギヤは、第2章で述べたように歯面形状に修整が施され、わずかな非共役性を示す歯車対である。歯面修整量はギヤ歯切り用カッタ切れ刃の円弧曲率半径 r の大きさに依存する。使用した歯車対の歯切りに用いた r の値は 200 mm であり、ギヤ凸歯面とピニオン凹歯面歯切り用の工具歯車刃面とが設計上の歯当たりの中心点 Q_m で点接触している状態における相対全曲率 K の値は第2章 2・10 節の表 2.4 より、 $13.8 \times 10^{-7}/\text{mm}^2$ である。また、第5章で示すようにその回転伝達誤差の振幅は約 13 秒である。歯面修整を施したハイポイドギヤは歯切り誤差や組付け誤差に対して鈍感になるから、それらの誤差があっても、滑らかに回転を伝えることができる。すなわち、歯当たり模様が変化せず、回転伝達誤差の大きさも変わらないようにすることができる[6, 7]。したがって、熱処理変形のばらつきを歯切り誤差あるいは組付け誤差とみなすことにすると、熱処理変形のばらつきの程度が歯車対の歯面修整量に比べてより小さく、非共役性の問題が大きくならなければ、特に問題はないと考えられる。

本研究の歯車対の歯面修整による非共役性が熱処理変形のばらつきを吸収できるかどうかを調べるため、熱処理後のラジアルセッティング量の狂いの最も大きい図 4.5 の No. 2 のギヤと図 4.3 の No. 4 のピニオンとをかみあわせ、ギヤ凸歯面上での歯当たりを調べた。その結果を図 4.8 に示す。図 4.8 の歯当たりは、図 4.7 の狂いの最も小さい歯車対のものと比較してほとんど差異がみられない。これより、本研究で用いたハイポイドギヤは歯面修整による非共役性を利用することで熱処理変形のばらつきを吸収できるものであることがわかる。

4・6 結 言

ハイポイドギヤは歯面強度を高めるために、熱処理をして用いられるが、熱処理したハイポイドギヤの歯面は熱処理変形し、設計した歯面とは異なった形状のものになっていると考えられる。本章では、熱処理前後のハイポイドギヤの歯面上の多数点の座標を三次元座標測定機で測定しその測定値群から熱処理変形を検出した。その結果を要約すると次の通りである。

(1) 本研究におけるハイポイドギヤ歯面の熱処理変形は歯切り誤差に含めて取り扱うことができる。

(2) 歯切り誤差と熱処理変形とを含めて、歯切り誤差として検出し、これを補正して修正歯切りを行えば、各歯車間、各歯面間で熱処理変形のばらつきはあるものの、熱処理後に設計歯面に近いハイポイドギヤ歯面を得ることができる。

(3) 本研究におけるハイポイドギヤは、歯面修整による非共役性を利用することで熱処理変形のばらつきを吸収することができる。

参 考 文 献

- [1] 上野拓, 歯車工学, (1977), p. 102, 共立出版.
- [2] Townsend, D. P., Dudley's Gear Handbook Second Edition: The Design, Manufacture, and Application of Gears, (1991), pp. 23. 32-23. 36, McGraw-Hill, New York.
- [3] Gleason Works, Testing and Inspecting Bevel and Hypoid Gears, (1986), Rochester, New York, U. S. A.
- [4] 文献[2]の p. 23. 29.
- [5] 仙波正荘, 歯車 (第2巻) 一新版一, (1975), p. 232, 日刊工業新聞社.
- [6] 大泉哲哉・酒井高男, 点接触かみあいをする空間歯車対の一構成法について, 日本機械学会論文集 (C 編), 49 巻 444 号, (1983), pp. 1426-1433.
- [7] Litvin, F. L., Chen, Jui-Sheng, Sep, T. M., and Wang, Jyh-Chiang, Computerized Simulation of Transmission Errors and Shift of Bearing Contact for Face-Milled Hypoid Gear Drive, Trans. ASME, Journal of Mechanical Design, Vol. 117, (1995), pp. 262-268.

第5章 ハイポイドギヤの回転伝達誤差の測定

5.1 緒言

ハイポイドギヤは他の自動車用歯車と同様に、その低騒音化が近年特に強く要求されるようになってきている。ハイポイドギヤの運転騒音は従来より回転伝達誤差と密接な関係があるといわれており[1]、そのためにハイポイドギヤの回転伝達誤差の理論計算および測定が活発に行われている[2～5]。

ハイポイドギヤの回転伝達誤差はこれまでほとんどの場合、低速・軽負荷状態でロータリエンコーダ[6, 7]を用いて測定されている。この方法では、エンコーダから出力されるパルス信号を計数し、これをさらに微小な角度に補間して分割した値を出力するようにしている。したがって、微小な角度の読み取りをしてもそれが直接精度の向上につながるものではない。伝達誤差はその絶対量が非常に小さいため、分解能の保証に加えて読み取り精度の保証が問題となる[8]。そのため、従来の回転伝達誤差の測定ではおもに振幅を検出するにとどまっており、伝達誤差が変化する様子を明らかにするまでには至っていないといっても過言ではない。

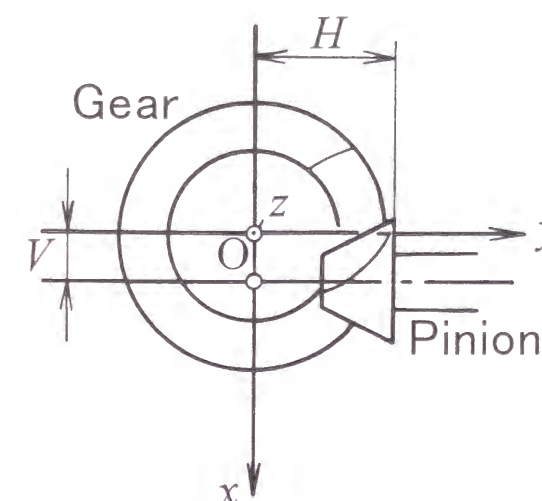
ハイポイドギヤは、そのかみあいを機構学的に考えると定速比では回転運動を伝達できない非共役歯車であり、製作誤差や組付け誤差がなくても回転伝達誤差が生じる。さらに、実際のハイポイドギヤは歯車軸アラインメントの相対的位置の狂いを許容するため、歯面形状に修整が施される。第2章では、回転伝達誤差の調節がある程度可能なハイポイドギヤの歯切り法を提案し、その歯切りを実現するための設計法を示した。しかし、その方法によって歯切りされた歯車対の回転伝達誤差の特性を明らかにしていない。

本章では、第2章で提案した歯切り法によって歯切りされた歯車対の回転伝達誤差の特性を理論計算および実験の両面より明らかにする。実験においては、静的状態におけるハイポイドギヤの回転伝達誤差をオートコリメータを用いて測定する。この方法は測定に長時間を必要とする欠点はあるが、回転伝達誤差を原理的方法により測定でき、測定精度が極めて高い利点がある。本法による高精度測定により、ピニオン歯面のカタフラット[9]に起因する回転伝達誤差や歯車の歯面修整による非共役性に起因する回転伝達誤差などの挙動の詳細を検討する。

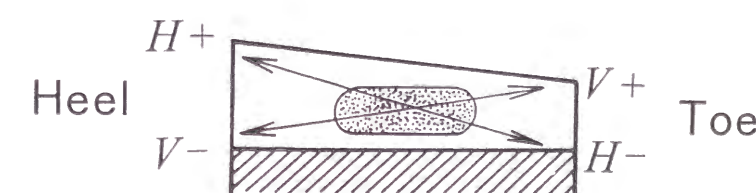
5.2 測定に用いたハイポイドギヤ

本章では第2章で提案した歯切り法によるハイポイドギヤの回転伝達誤差の特性を明らかにする。この歯切り法では、第2章で述べたごとく、ギヤ歯切り用カッタの切れ刃を従来の直線から曲率半径の大きな円弧に変更し、ピニオン歯切り用カッタのそれを従来どおり直線としているが、非共役性の程度、すなわち回転伝達誤差を支配する歯面修整量は円弧切れ刃の曲率半径の大きさに依存する。よって、円弧曲率半径の大きさを変えることによって回転伝達誤差をある程度調節できる。

測定に用いた歯車は、第2章～第4章で用いたハイポイドギヤと同一で、第2章2.10節の表2.1～2.3の歯車諸元、カッタ諸元ならびに歯切り諸元のものである。材質はクロムモリブデン鋼（SCM420）である。



(a) Direction of V & H



(b) Variation of tooth bearing

Fig. 5.1 Direction of V & H and variation of tooth bearing

歯切りしたままの歯車対と熱処理後ラッピング仕上げを行った歯車対の2種類のハイポイドギヤの回転伝達誤差を測定する。これらのうち前者は、ギヤ、ピニオンともに設計した歯面に近い歯面が得られており、第3章3・8節の表3.6と表3.8に示した検出結果を得ている。後者は、ギヤ、ピニオンともに歯切り誤差および熱処理変形を見込んで歯切りを行い、熱処理後の歯面は設計歯面に近い歯面になっており、第4章4・4節の図4.5のNo. 5に示した検出結果と4・3・2項の図4.3のNo. 2に示した検出結果を得ている。そして、ギヤはその取付け穴を、ピニオンはその軸の外周をそれぞれ研削仕上げした後、それらを基準に歯車対をラッピング盤に取付け軽負荷のもとで共ずりラッピング仕上げを行った。このとき、図5.1に示すようにギヤに対するピニオンを設計時の決められた組付け位置から、 V 方向に+0.5 mm、 H 方向に-0.5 mm 変更することによって歯当たりを歯面中央部から内端側にくるようにし、さらにその後 V 方向に-0.5 mm、 H 方向に+0.5 mm 変更することによって歯当たりを歯面中央部から外端側にくるようにした。また、共ずりの回数を少なくするため、この作業をベシックサイクル1回でのみ行った。ラッピング仕上げ時の負荷の大きさは5 N・mである。

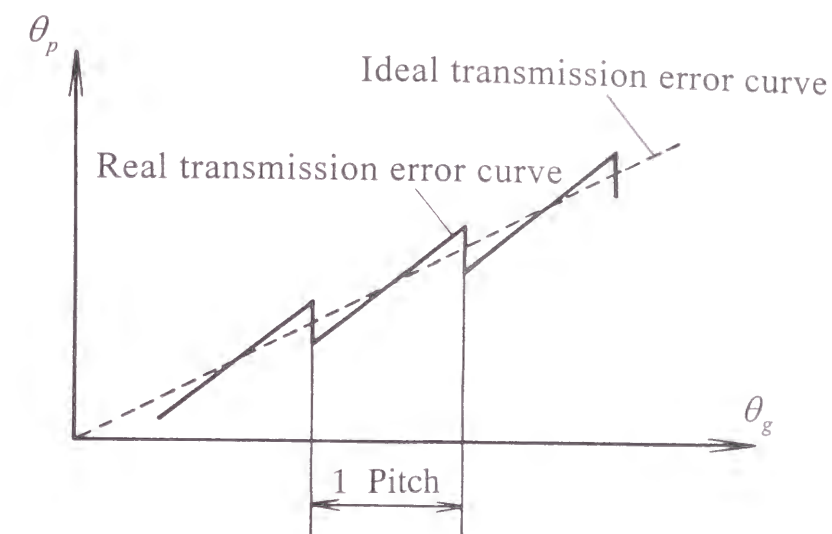
回転伝達誤差の測定はギヤ凸歯面とピニオン凹歯面、すなわちドライブ側歯面のかみあいについてのみ行い、コースト側歯面については行わなかった。

5.3 ハイポイドギヤの回転伝達誤差

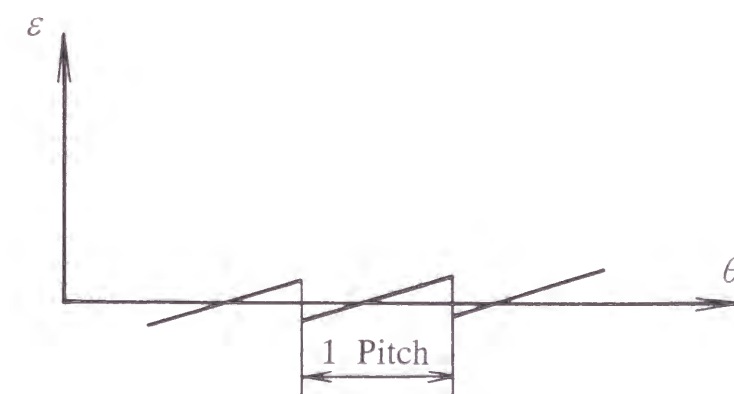
ギヤの歯数を n_g 、ピニオンの歯数を n_p とし、基準の位置からギヤがギヤ軸まわりに角度 θ_g 、ピニオンがピニオン軸まわりに角度 θ_p 回転するものとする。ギヤとピニオンが真に共役であるならば、 θ_g は $n_p\theta_p/n_g$ に等しくなり、図5.2(a)の破線で示すようにギヤの回転角とピニオンのそれとは比例の関係にある。しかし、実際には θ_g は $n_p\theta_p/n_g$ に等しくならず、歯車の回転角にずれが生じる。このずれ角

$$\varepsilon = \theta_g - \frac{n_p}{n_g} \theta_p \quad (5-1)$$

が回転伝達誤差である[10]。 θ_g と θ_p の関係式(5-1)において、 ε が常に零であればギ

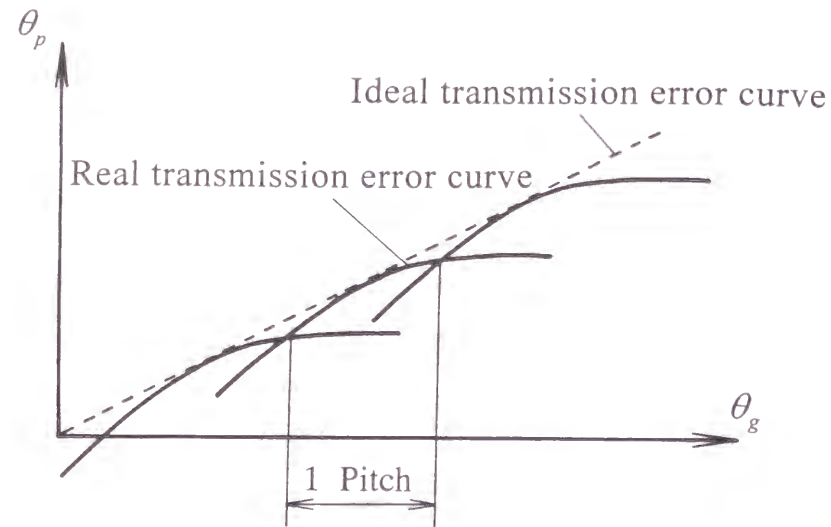


(a) Relation between θ_g and θ_p

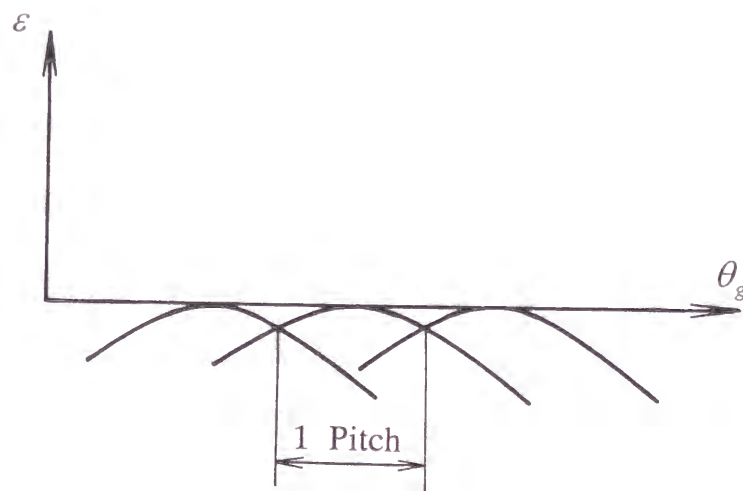


(b) Relation between θ_g and ε

Fig. 5.2 Transmission error curve and discontinuous transmission error



(a) Relation between θ_g and θ_p



(b) Relation between θ_g and ε

Fig. 5.3 Transmission error curve and parabolic transmission error

ヤとピニオンは共役な歯車であるが、そうでない場合には非共役な歯車である。非共役性の程度は ε の変動幅で評価できる。

歯車の回転伝達誤差は、歯車の1歯毎のかみあいを周期として生じ、運転騒音の発生に大きな影響を及ぼすといわれている[11~13]。この種の回転伝達誤差が生じているとき、ギヤの回転角とピニオンのそれとの関係は図5.2(a)の破線で示した直線から外れ、図5.2(a)の実線と図5.3(a)のそれに示すように二通りの場合が考えられる。図5.2(a)は、先行する歯の対のかみあい終了を待って後続の歯の対がかみあいを開始する場合である。この場合、回転伝達誤差は図5.2(b)に示すように1ピッチ毎に不連続に変化し鋸歯状になるため、かみあい開始は被動歯車であるギヤが負荷によって逆回転させられる形で衝撃的に行われる傾向にあり、異常な騒音が発生する。このような回転伝達誤差は製作誤差や組付け誤差が原因で生じることが多い[14]。図5.3(a)は、後続の歯の対がかみあいを開始するため、先行してかみあっている歯の対がかみあいを終了する場合である。この場合、回転伝達誤差は図5.3(b)に示すように放物線状に変化し、釣鐘形となる。このような回転伝達誤差が生じているとき、場合によってはある程度の製作誤差や組付け誤差があっても滑らかに回転を伝えることができる。すなわち、これら誤差に対して鈍感な歯車を得ることができる。

5.4 回転伝達誤差の理論計算

5.4.1 計算方法

ギヤとピニオンは第2章2.5節の図2.10に示すようにかみあい座標系O-xyzでかみあう。第3章3.3.1項で示したごとく、ギヤの歯切り盤に設定した座標系 $O_m-x_my_mz_m$ においてギヤ凸歯面とその単位面法線ベクトルは $X_{gc}(u_g, \theta_g) + D_g$ と $N_{gc}(u_g, \theta_g)$ で表されている。 u_g, θ_g はギヤ凸歯面を表すパラメータである。いま、ギヤとピニオンのかみあいを考えるため、 $X_{gc}(u_g, \theta_g) + D_g$ と $N_{gc}(u_g, \theta_g)$ を座標系O-xyzに変換する。座標系O-xyzにおけるギヤ凸歯面とその単位面法線ベクトルをそれぞれ $X_{gt}(u_g, \theta_g), N_{gt}(u_g, \theta_g)$ とすると、

$$F = C^{-1}(\Phi) B^{-1}(\pi) A^{-1}(\zeta)$$

とにおいて

$$\begin{aligned} X_{gt}(u_g, \Theta_g) &= F\{X_{gc}(u_g, \Theta_g) + D_g\} + C^{-1}(\Phi)E_g \\ N_{gt}(u_g, \Theta_g) &= F N_{gc}(u_g, \Theta_g) \end{aligned} \quad (5-2)$$

ここに、 A 、 B 、 C はそれぞれ x_m 、 y_m 、 z_m 軸まわりの回転に関する座標変換行列であり、 E_g は座標系 O -xyz におけるギヤ歯先円すいと歯底円すい双方の頂点 O_g の位置ベクトルである[第2章 2・5 節の式(2-14)と 2・7 節の式(2-26)参照]。また、 Φ はギヤの z 軸まわりの回転角で、 Φ の回転によりギヤ凸歯面が基準の位置にくる[第2章 2・7 節の図 2. 17 と式(2-24)参照]。さて、ギヤがギヤ軸まわりに角度 θ_g 回転したときのギヤ凸歯面とその単位面法線ベクトルを座標系 O -xyz で表し、それぞれ $X_{g\theta}(u_g, \Theta_g; \theta_g)$ 、 $N_{g\theta}(u_g, \Theta_g; \theta_g)$ とすると、

$$\begin{aligned} X_{g\theta}(u_g, \Theta_g; \theta_g) &= C(\theta_g) X_{gt}(u_g, \Theta_g) \\ N_{g\theta}(u_g, \Theta_g; \theta_g) &= C(\theta_g) N_{gt}(u_g, \Theta_g) \end{aligned} \quad (5-3)$$

一方、第3章 3・3・2 項で示したごとく、ピニオン凹歯面とその単位面法線ベクトルはピニオンに固着した座標系 O_p - $x_p y_p z_p$ で $X_{p\varphi}(u_p, \varphi)$ と $N_{p\varphi}(u_p, \varphi)$ で表されている。 u_p 、 φ はピニオン凹歯面を表すパラメータである。ギヤ凸歯面の場合と同様に、ピニオンが θ_p 回転したときのピニオン凹歯面とその単位面法線ベクトルを座標系 O -xyz で表し、 $X_{p\theta}(u_p, \varphi; \theta_p)$ と $N_{p\theta}(u_p, \varphi; \theta_p)$ とすると、

$$\begin{aligned} X_{p\theta}(u_p, \varphi; \theta_p) &= B(\theta_p) X_{p\varphi}(u_p, \varphi) + E_p \\ N_{p\theta}(u_p, \varphi; \theta_p) &= B(\theta_p) N_{p\varphi}(u_p, \varphi) \end{aligned} \quad (5-4)$$

ここに、 E_p は座標系 O -xyz におけるピニオン歯底円すいと歯先円すい双方の頂点 O_p の位置ベクトルである[第2章 2・6 節の式(2-18)参照]。いま、ピニオンが θ_p (既知) 回転したときギヤが θ_g (未知) 回転するものとし、この瞬間ピニオンとギヤの歯面上の点が接触すれば、図 5. 4 に示すようにおのおのの位置ベクトルの三成分が一致するという条件とその点における単位面法線ベクトルの二成分が反対であるという条件を満足しなければならない。その条件式は次式で表される。

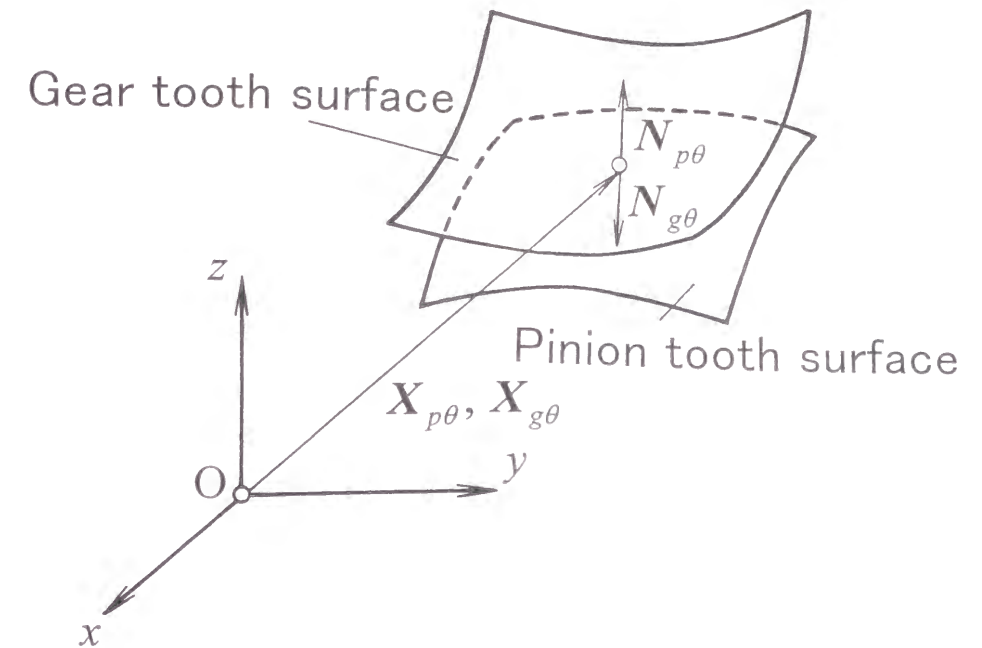


Fig. 5. 4 Contact of two tooth surfaces

$$\begin{aligned} X_{p\theta}(u_p, \varphi; \theta_p) - X_{g\theta}(u_g, \Theta_g; \theta_g) &= 0 \\ N_{p\theta}(u_p, \varphi; \theta_p) - \{-N_{g\theta}(u_g, \Theta_g; \theta_g)\} &= 0 \end{aligned} \quad (5-5)$$

式(5-5)は五つの未知数を含む5本のスカラ式から成っている。よって、ピニオンの回転角 θ_p を与えれば、これに対応する五つの未知数 u_g 、 Θ_g 、 u_p 、 φ 、 θ_g を求めることができる。そして、式(5-1)より回転伝達誤差 ε を求めることができる。

これらの式を用いることにより、ピニオンの回転角 θ_p を順次変化させて、それに対応する回転伝達誤差 ε を計算すれば、その変動の様子を知ることができる。

5・4・2 理論計算結果

ハイポイドギヤのドライブ側歯面の回転伝達誤差を 5・4・1 項の方法に従って計算した。回転伝達誤差の計算は、5・2 節で用いた諸元のハイポイドギヤのほかに、ギヤ歯切り用カッタ切れ刃の円弧曲率半径 r を 200 mm から 400 mm に変えて設計した歯車対についても行った。図 5. 5 は、ギヤの回転角を横軸にとり回転伝達誤差を縦軸にとったときの両者の関係を示したものである。 r が 200 mm、400 mm の双方

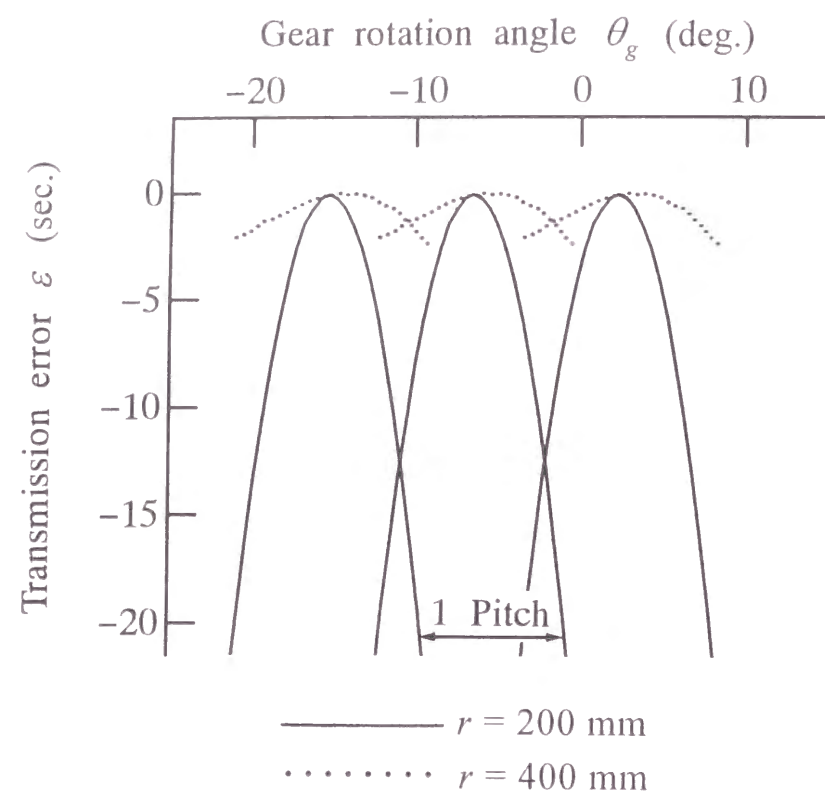


Fig. 5.5 Calculated transmission error without misalignment

の場合ともに歯車の歯面修整による非共役性のため、ギヤの1歯毎のかみあいを周期とする回転伝達誤差が生じている。また、回転伝達誤差は鋸歯状ではなく放物線状に変化している。回転伝達誤差の振幅は、 r が200 mmの場合約13秒であり、 r を400 mmにすると約2秒とかなり小さくなる。これより、第2章で提案した歯切り法は、 r の大きさを変えることにより、回転伝達誤差の大きさをある程度調節できることがわかる。

ところで、自動車用ハイポイドギヤは、歯車軸の相対的位置変動と組付け誤差に対してその性能が鈍感でなければならない。そのため、歯面形状に修整を施すが、回転伝達誤差を小さくするため歯面修整量を小さくすると、歯車軸の相対的位置変動や組付け誤差に対して敏感になってしまう。このことを踏まえ、本研究では回転伝達誤差の振幅が約13秒で比較的大きい歯車対、すなわち r が200 mmの場合の歯車対の回転伝達誤差を測定することにした。

この歯車対の組付け誤差に対する鈍感性を調べるため、組付け誤差として0.1 mmのオフセット誤差を考え、回転伝達誤差を計算した。その計算結果においては、組付け誤差のない場合（図5.5）と同様に回転伝達誤差は放物線状に変化し、図5.5

との振幅の差が約0.7秒と非常に小さかった。これより、歯面修整量が大きい場合、オフセット誤差を与えても回転伝達誤差はそれほど大きくは変化せず、組付け誤差に対して鈍感であるといえる。回転伝達誤差の絶対値が大きいという問題はある。しかし、これは負荷状態でどうであるかを見て検討すべき事柄である。

5.5 測定装置と測定方法

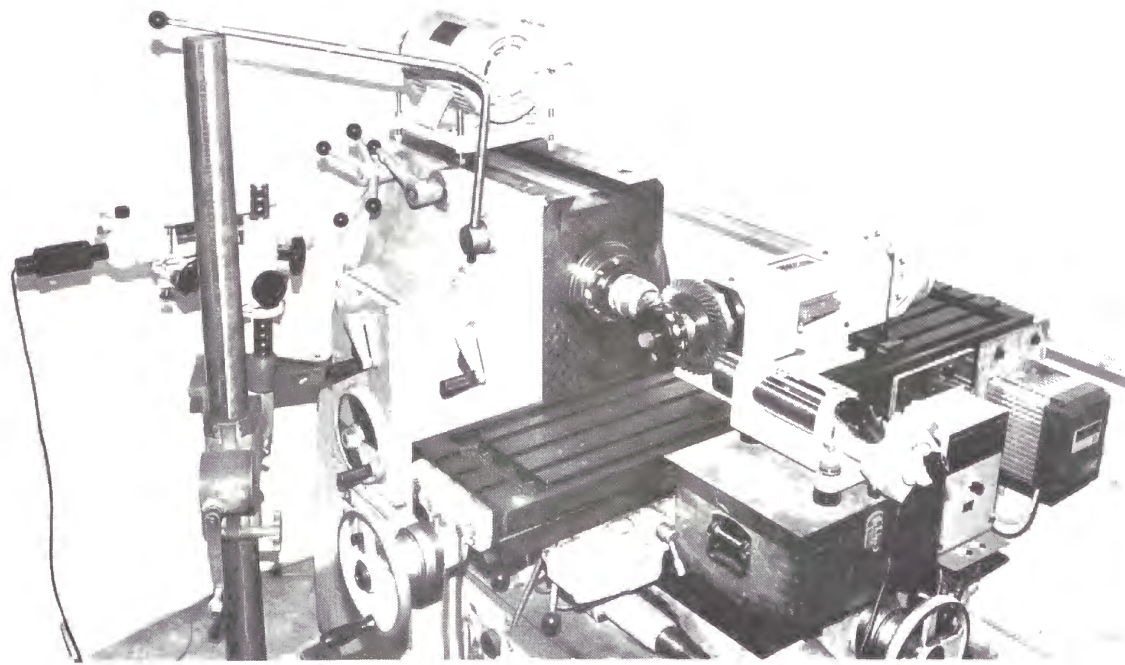
5.5.1 測定装置

本研究で回転伝達誤差の測定に用いたかみあい試験装置の概略を図5.6に示す。(a)が試験装置の写真、(b)が試験装置の構成図である。この試験装置は横フライス盤を利用したものである。図5.7に示すように、ギヤ軸はフライス盤テーブル上に設置した軸受で支えられており、ピニオンはフライス盤主軸に取付けたコレットチャックで支持されている。ピニオンオフセットおよび各歯車のマウンティングディスタンスを正確に与えるために専用の治具を製作し、 ± 0.01 mm程度の正確さでハイポイドギヤをかみあい試験装置に取付けた。

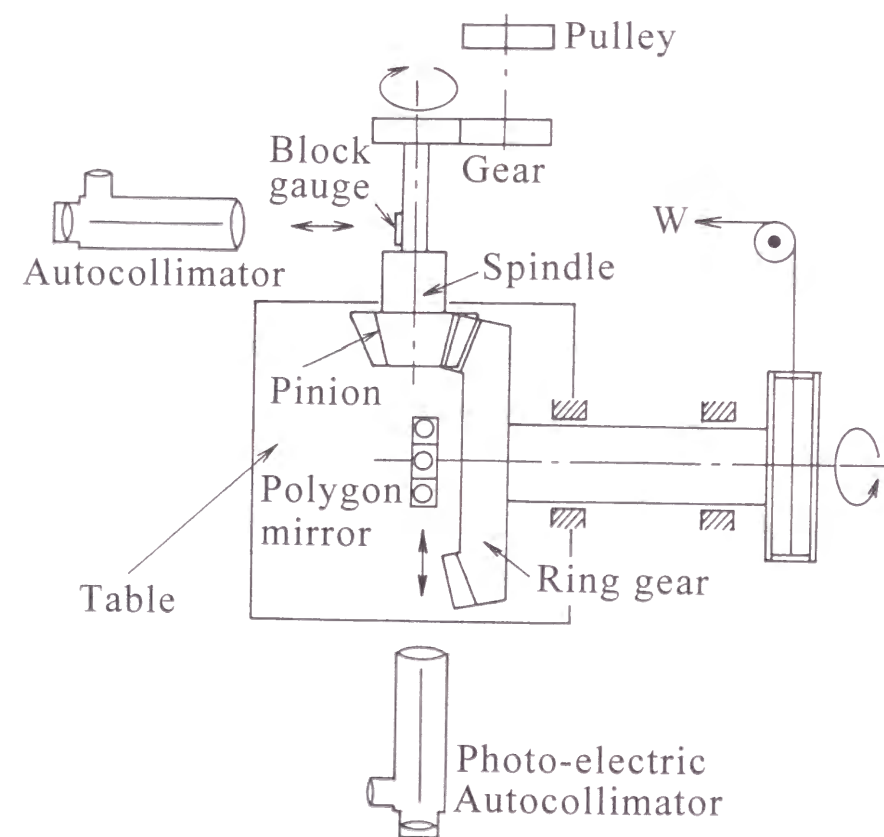
本研究では、2台のオートコリメータを用いてそれぞれギヤの回転角とピニオンの回転角を測定する。オートコリメータの基本的な原理と構造は次の通りである。

図5.8(a)に示すように、光源から出た光はコンデンサにより照明され、ターゲット（一般には十字線）の刻まれた焦点鏡 S_1 を通してプリズムにより直角に反射し望遠鏡鏡筒中を通る。焦点鏡 S_1 は対物レンズの焦点にあるので S_1 の各点からの光は平行光線となって鏡筒外に出て対物レンズの前方無限遠の位置にその像を結像する。そこで、対物レンズの前方に反射鏡を置くと、これによって反射された光はそのまま反転し、再び対物レンズを経て固定目盛尺をもつ焦点鏡 S_2 の上にターゲット像を結像する。ここで、図中のプリズムは半透過プリズムである。

いま、反射鏡が微小角度 θ だけ傾いたとすると、これによって反射された光は角度 2θ 傾いてもどってくるので、 f を対物レンズの焦点距離とすると焦点鏡 S_2 上では $2f\theta$ だけずれた位置にターゲットの像を結ぶ。このように反射鏡の傾き角を焦点面上の像の変位量に置き換えてこの値を焦点鏡 S_2 の上に刻線されたスケールあるいはマイクロメータを利用して読み取ることにより、微小角度 θ を測定することができる。オートコリメータの視野を図5.8(b)に示す。図において反射十字線と固



(a) Photograph of testing rig

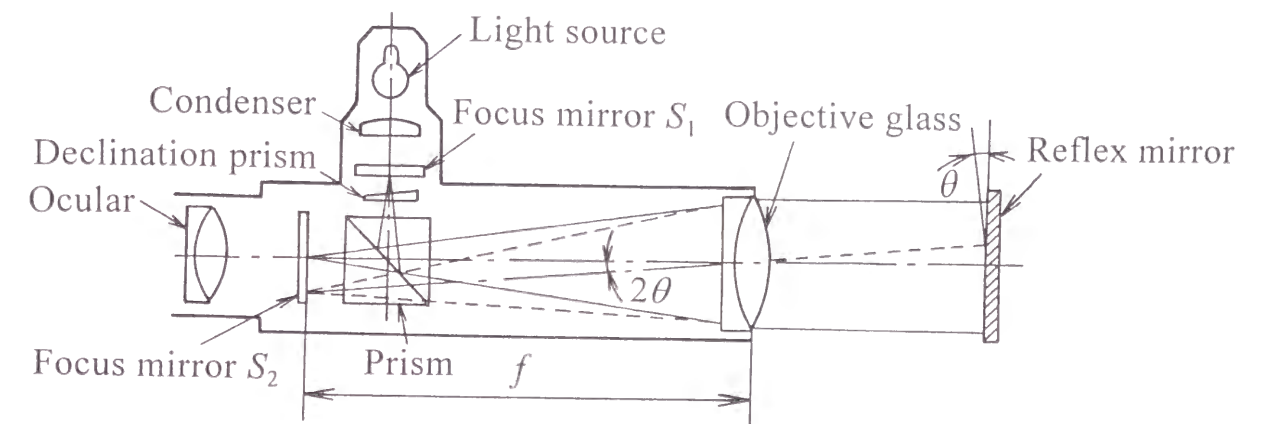


(b) Construction of testing rig

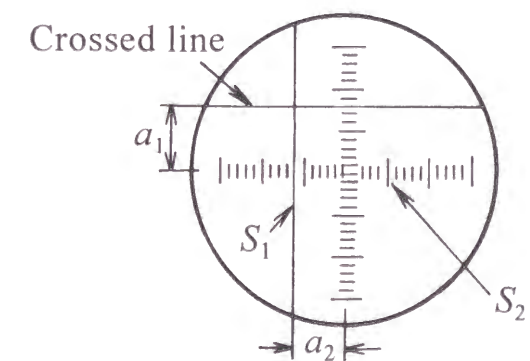
Fig. 5.6 Outline of testing rig for measuring transmission error



Fig. 5.7 Installation of ring gear and pinion



(a) Construction



(b) Visual field

Fig. 5.8 Construction and visual field of autocollimator

定目盛りとのずれ a_1 , a_2 が測定値であり，被測定面に対して a_1 は縦方向， a_2 が横方向の傾きを表している．図の視野の最小目盛りは 1 分であるが，図 5. 8(a)に示す偏角プリズムを回転させることによって，外部目盛りで 1 秒または 0.5 秒まで読み取ることができる．なお，この読み取り部分に光電式検出法を導入すると，0.1 秒まで読み取ることができる．

ところで，オートコリメータは本来角度の差，変化または振れなどを測定するのに用いられるが[15]，本研究ではオートコリメータで計測した角度差を歯車の回転角度とみなして測定することにした．この測定法では，計測する角度差に真の角度差からの一定のずれが生じている可能性がある．しかし，計測する角度差が各測定毎に一定であるならば，計測角度差と真の角度差とのずれも一定とみなすことができ，回転伝達誤差の測定結果に影響を及ぼさないと考えられる．

ギヤの回転角の測定にはニコン 8E1 光電式オートコリメータを，ピニオンのそれにはニコン 6B オートコリメータを使用した．測定範囲はギヤ側のオートコリメータが角度で 20 分，ピニオン側のそれが角度で 30 分である．最小指示目盛（感度）はギヤ側のオートコリメータが 0.1 秒，ピニオン側のそれが 0.5 秒である．本測定法では，オートコリメータの器差は歯車の回転角に累積されるので，器差が大きいとその影響が伝達誤差に現れる．そこで，器差を知るために，ポリゴン鏡をある角度回転させ，その角度を前述の 2 台のオートコリメータで測定し比較した．その結果，2 台のオートコリメータの読み取りの差は 0.5 秒以内であった．このことより 1 回の回転角の測定における器差は小さいと判断することができる．器差が小さくても測定器差が累積されるとこの器差の累積値は大きくなるが，器差は各測定毎に一定であるから，回転伝達誤差の測定結果には影響を及ぼさないと考えられる．

回転伝達誤差を測定するときの反射鏡としてギヤ側にはポリゴン鏡の一面を，ピニオン側にはブロックゲージ面を使用した（図 5. 7，図 5. 9 参照）．ポリゴン鏡およびブロックゲージはそれぞれの歯車軸まわりに自由に回転できるようにしてある保持器に固定した．また，各反射鏡の歯車軸まわりの回転角は微調整できるようになっている．なお，バックラッシュによる歯車のがたを防ぐため，ギヤ軸に糸を巻き付け，糸の先端に重錘をつるして約 0.8 N・m の負荷トルクをかけた．

5.5.2 測定方法

ピニオン側のオートコリメータの測定範囲が 30 分であることから，測定回数が

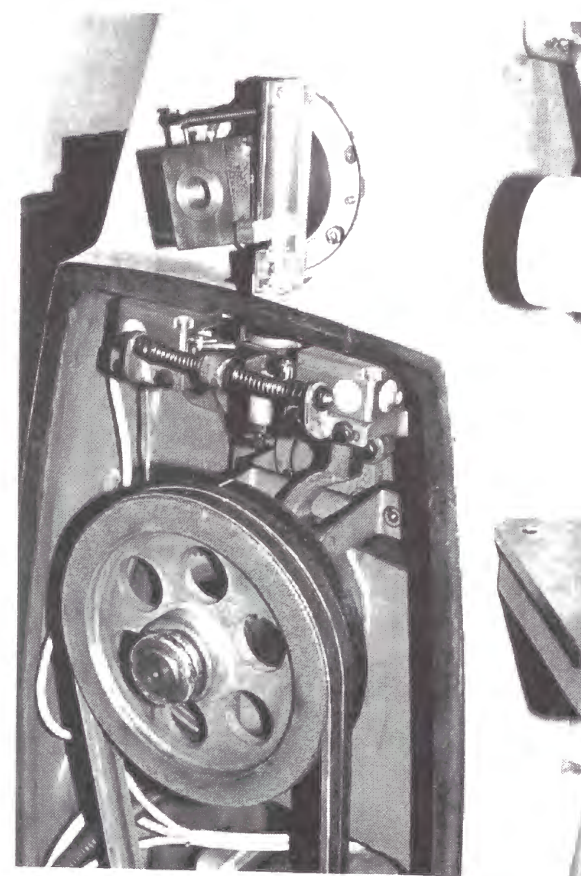


Fig. 5.9 Pulley and block gauge

の指示目盛りを再度読み取る．そして，ピニオン回転の前後のオートコリメータの指示目盛りの差をピニオンの回転角とする．ギヤの回転角も同様の方法で測定するが，ギヤ側のオートコリメータは光電式であるため，またギヤの回転角はピニオンのそれに比べて小さいため，角度読み取りがピニオン側のそれよりばらつきが小さく正確にできる．このようにして測定した各歯車の回転角からピニオンの回転角に対する回転伝達誤差を式(5-1)より算出し，第 1 回目の測定を終える．この操作を繰り返し，（歯数比×ピニオン累積回転角）で計算される角度を理論的ギヤ累積回転角とする一方，それに対する実測したギヤ累積回転角を計算し，その差を回転伝達誤差としてプロットすれば，その変動の様子がわかる．

5.6 測定結果

5.6.1 歯切りしたままの歯車

できるだけ少なくなるようにピニオンを約 30 分ずつ回転させることにした．被測定歯車対の歯数比は 41/7 であるから，ギヤの回転角は約 5 分となる．

回転伝達誤差の測定において，測定を開始したときのギヤおよびピニオンの位置をそれぞれ基準の位置とし，ピニオン側のオートコリメータの読みが 0 分近くになるように図 5. 9 に示すブロックゲージ保持器をピニオン軸まわりに回転させピニオン軸に固定したのち，反射鏡の回転角を微調整する．このとき，オートコリメータの指示目盛りを読み取る．次に，オートコリメータを覗きながらピニオンの回転角が約 30 分近くになるまで，ピニオンと連動しているプーリーを手動で回転させ，そのときのオートコリメータ

歯切りしたままのハイポイドギヤをかみあい試験装置に取付けた。回転伝達誤差を測定する前に、まずギヤ、ピニオンそれぞれの偏心を測定した。測定方法は、ギヤ外端側の外周あるいはピニオン大端側の歯先にダイヤルゲージをあてながら歯車を1回転させ、その振れを読み取ることにより行う。このようにして偏心を測定した結果、ギヤ、ピニオンともに0.02 mm以下であった。この取付け状態で回転伝達誤差を5.5節で示した方法により測定した。本研究では、1枚のギヤ歯面がかみあいを開始してから終了するまでの1ピッチ間の回転伝達誤差を測定・検出することを目的としている。そこで、測定1ピッチ間の前後の半ピッチ分も含めて測定できるように余裕をもってギヤ累積回転角を約 22° 、約2.5ピッチとした。そのため、回転角の測定回数は約250回になる。

図5.10中の点群が、理論的ギヤ回転角に対する回転伝達誤差の測定結果を示している。顕著に現れているのは大振幅・短周期で変動する回転伝達誤差である。この回転伝達誤差は1ピッチ間に9個の波として観察される。この原因は、ピニオン歯面を創成歯切りする際、カッタの各切れ刃の不揃いによって生じる、いわゆるカタフラットである。カタフラットは平歯車の歯切りの際に生じる多角形誤差[16]に相当するものである。ピニオン歯面のカタフラットの様子の一例を図5.11

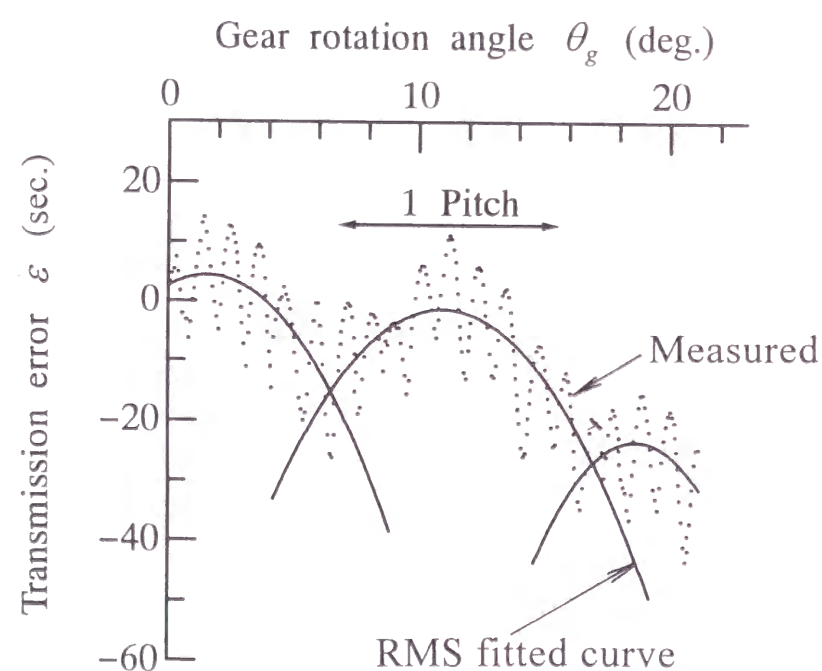


Fig. 5.10 Transmission error of unhardened gears

に示す。1ピッチ間に9個のカッタフラットが観察でき、これが大振幅・短周期で変動する回転伝達誤差を引き起こしていることがわかる。本研究のピニオンの歯切りにおいては、6枚中1枚の切れ刃が約 $5\mu\text{m}$ 突出していたことをその後の切れ刃測定で確認している。

なお、各切れ刃が $1\mu\text{m}$ 以下に揃った状態で歯切りされたピニオン歯面ではカタフラットは生じない。カタフラットの無い歯車対について回転伝達誤差を測定した結果の一例を図5.12に示す。図5.12より、カタフラットによる回転伝達誤差はほとんど生じていないことがわかる。ところが、点群のドリフトの影響が大きく現れている。この原因は、治具に取付けるためのギヤの穴の内径が図5.10のそれより大きかったため、偏心の影響が大きく現れたものと考えられる。

さて、図5.10中の点群からはカタフラットによる回転伝達誤差のほかに、歯車の歯面修整による非共役性のため、ギヤの1歯毎のかみあいを周期とする回転伝達誤差が生じており、それは放物線状に変化していることがわかる。この事実は理論計算結果と一致している。この回転伝達誤差の振幅を調べるため、プロットした点群を最小二乗法によって二次曲線に近似する。二次曲線の近似は、二次曲線の極値位置を定め、その位置に対応するギヤ回転角の前後に0.5ピッチずらした範囲について行うのが普通であるので、本研究でもその方式を採用した。図5.10中の実線で示した曲線が近似した二次曲線である。歯面修整による非共役性に起因する回転伝達誤差の振幅は小さいが、測定結果に明確に現れている。回転伝達誤差の振幅は約18秒で、理論計算結果のそれに比べてやや大きくなっている。

以上の結果、本測定法により、カタフラットに起因する回転伝達誤差と歯車の非共役性に起因する回転伝達誤差がともに明確に検出できることが明らかとなった。

5.6.2 熱処理・ラッピング仕上げを行った歯車

熱処理・ラッピング仕上げを行ったハイポイドギヤの回転伝達誤差を測定した。各歯車の偏心は5.6.1項と同様にギヤ外端側の外周あるいはピニオン大端側の歯先で調べた。ピニオンでは歯切りしたままの歯車と同じ程度に小さかったが、ギヤでは約0.1 mmと非常に大きかった。ギヤの取付け穴の内径が内面研削によって大きくなったためである。そこで、偏心測定時のダイヤルゲージの指示目盛りが最大値を示すときと最小値を示すときの中間の歯面を選んで回転伝達誤差を測定した。

図5.13にその測定結果を示す。図5.13より、カタフラットによる大振幅・短



Fig. 5.11 Pinion tooth surface generated by cutter with blade runout

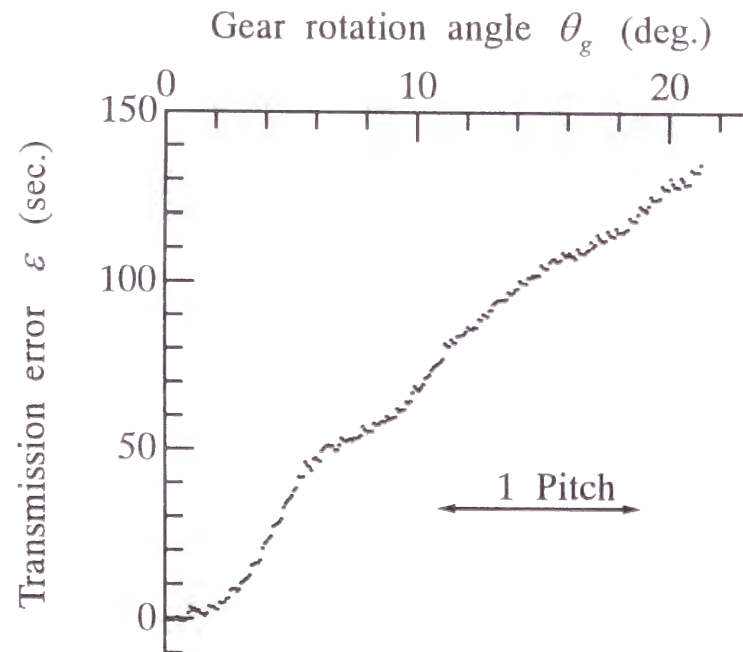


Fig. 5.12 Transmission error of gears cut by cutter without blade runout

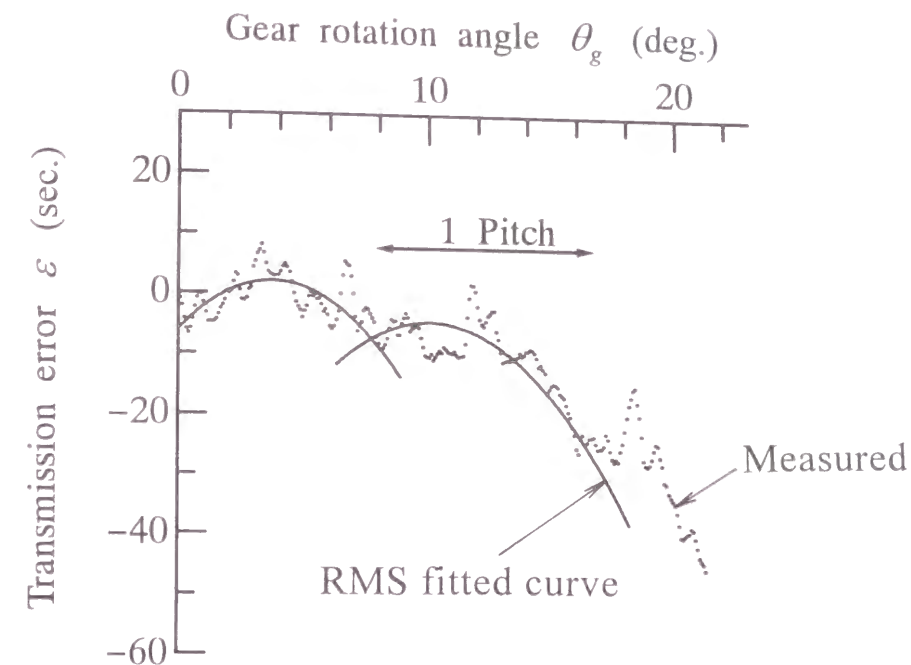


Fig. 5.13 Transmission error of lapped gears without misalignment

周期で変動する回転伝達誤差はラッピング仕上げによってかなり減少しているが、完全には消滅していない。一方、歯車の非共役性による回転伝達誤差は残存しているが、その振幅は約 8 秒で歯切りしたままの歯車対の 18 秒に比べて約半分ほどに小さくなっている。ラッピング仕上げによって歯車の非共役性の程度が変化したものと考えられる。

次に、カタフラットを完全に消滅させるため、負荷を $5 \text{ N}\cdot\text{m}$ から $8 \text{ N}\cdot\text{m}$ に、ベシクサイクルを 1 回から 4 回にそれぞれ増加させてラッピング仕上げを行った。その歯車対の回転伝達誤差を測定した結果を図 5.14 に示す。なお、ギヤに対するピニオンの組付け位置の V , H の変更量は 5.2 節で示した値と同じである。図 5.14 より、このラッピング仕上げによってカタフラットによる回転伝達誤差は完全に消滅していることがわかる。一方、歯車の非共役性による回転伝達誤差の振幅は約 23 秒であり、図 5.13 のそれと比較して 3 倍程度に大きくなっている。負荷を大きくしてラッピング仕上げを行ったため、ピニオン、ギヤの歯面ともに大きく形状が変化したものと考えられる。特に、ピニオン歯面は歯 1 枚あたりの共ずりの回数がギヤ歯面に比べて多くなるため (41/7 倍)、その変化量が大きくなる。よって、一般にいわれているように歯車のラッピング仕上げは軽負荷のもとで短時間で

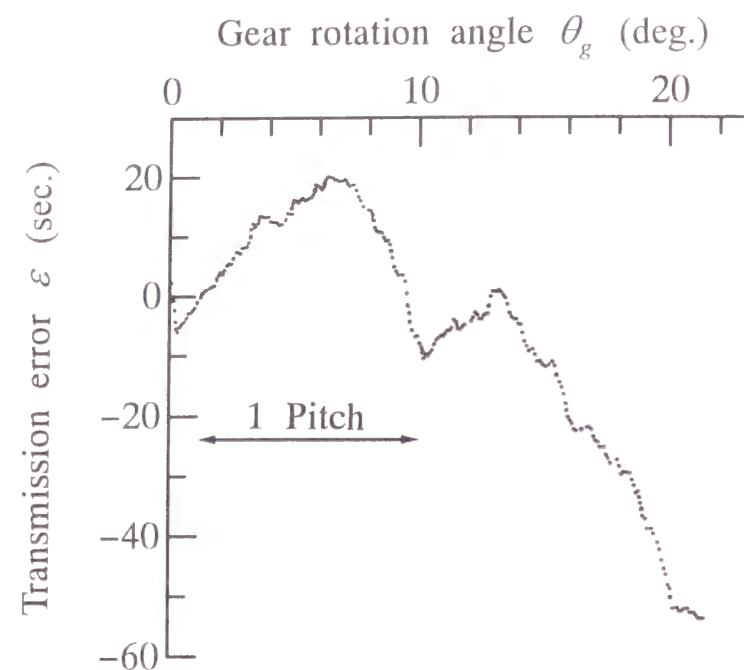


Fig. 5.14 Transmission error of gears lapped under heavy loaded condition

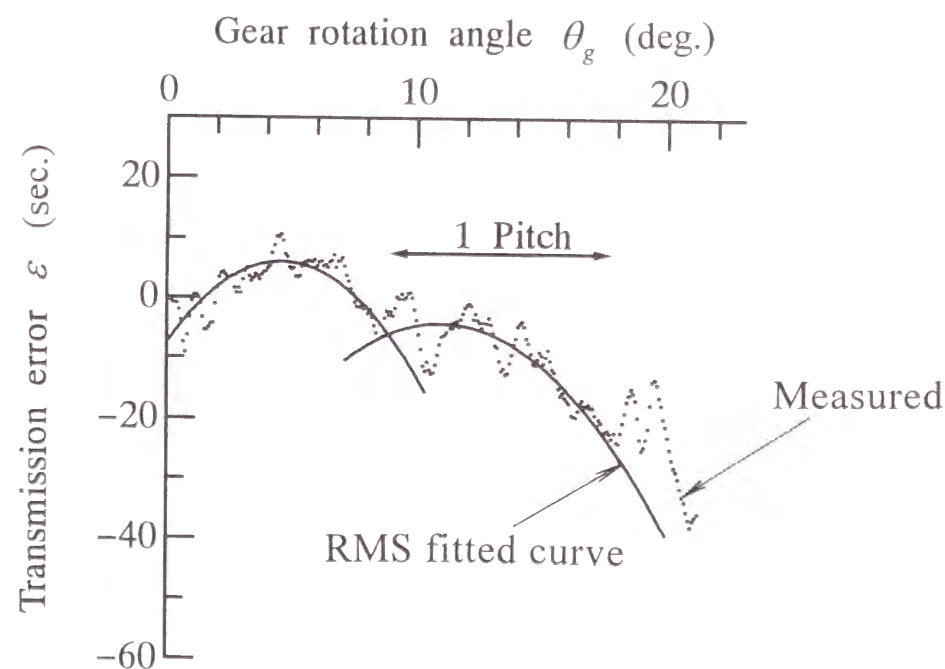


Fig. 5.15 Transmission error of lapped gears with misalignment

行わなければならない[17]ことがわかる。

図 5.15 は、図 5.13 の歯車対にオフセット誤差 0.1 mm を与えた場合の回転伝達誤差を示したものである。図 5.15 より、回転伝達誤差はその振幅、変動の仕方ともに組付け誤差のない場合と比較してほとんど変わっていないことがわかる。この事実は理論計算結果に一致する。すなわち、測定実験においてもこの歯車対の組付け誤差に対する鈍感性が確認できた。

5.7 結 言

ハイポイドギヤの回転伝達誤差はおもに歯車の歯面形状の非共役性、製作誤差および組付け誤差に起因する。本章では、まず第 2 章で提案した歯切り法による歯車対の回転伝達誤差を計算し、ギヤ歯切り用カッタ切れ刃の円弧曲率半径の大きさを変えることにより、回転伝達誤差をある程度調節できることを示した。次いで、静的状態におけるハイポイドギヤの回転伝達誤差をオートコリメータを用いて測定する方法を提案し、この方法によって前述の歯車対の回転伝達誤差がそれぞれの誤差項目にどのように係わってくるかを測定実験により明らかにした。その結果を要約すると次の通りである。

(1) オートコリメータを用いた方法で測定することにより、回転伝達誤差の変動の様子を極めて高精度に明らかにすることができることを実証した。

(2) 歯車の歯面形状の修整による非共役性はギヤの 1 歯毎のかみあいを周期とする回転伝達誤差を生じ、それは鋸歯状ではなく放物線状に変化する。この事実は理論計算結果に一致することを確認した。

(3) ピニオン歯面には歯車製作誤差の一つであるカッタフラットが生じることがある。この状態で歯切りされた歯車対では、カッタフラットが大振幅・短周期で変動する回転伝達誤差を生じる。

(4) 軽負荷のもとでラッピング仕上げした歯車対の回転伝達誤差を測定した結果、カッタフラットに起因する回転伝達誤差は消滅する傾向にある。一方、歯車の非共役性に起因する回転伝達誤差は消滅せずに残存する傾向がみられるが、その振幅は歯切りしたままの歯車対のそれより小さくなる傾向がみられる。しかし、大負荷のもとでラッピング仕上げした歯車対では歯車の非共役性に起因する回転伝達誤差は

むしろ悪化する（増加する）傾向をもつことが確認された。これらのことより、熱処理後の歯面ラッピング仕上げは軽負荷のもとで行わなければならないことを明らかにした。

(5) 静的にかなり大きな釣鐘形回転伝達誤差をもつハイポイドギヤ対をラッピング仕上げし、組付け誤差としてオフセット誤差を与えて回転伝達誤差を測定した結果、伝達誤差の振幅は組付け誤差のない場合と比較してほとんど変わらない結果を得た。この事実は理論計算結果を裏付けるものであった。このことより、本研究における歯車対は組付け誤差に対して鈍感であることが実験的にも確認できた。

参考文献

- [1] 久保愛三・野中鉄也・影山真佐富・加藤直哉・加藤昭悟・大森利雄，歯車装置の振動騒音問題と歯車の伝達誤差および総合起振力，日本機械学会論文集（C編），56巻532号，(1990)，pp. 3404-3409.
- [2] 久保愛三・樽谷一郎・Gosselin, C.・野中鉄也・青山昇・江中厚，ハイポイドギヤ・ベベルギヤの運転性能解析法（第1報，歯面形状定義基準面のとり方と解析法），日本機械学会論文集（C編），62巻599号，(1996)，pp. 2833-2841.
- [3] 久保愛三・樽谷一郎・Gosselin, C.・野中鉄也・青山昇・江中厚，ハイポイドギヤ・ベベルギヤの運転性能解析法（第2報，歯面形状定義基準面のとり方がシミュレーション精度に及ぼす影響），日本機械学会論文集（C編），62巻599号，(1996)，pp. 2842-2850.
- [4] Munro, R. G., Single Flank Testing Hypoid Gears, SAE Paper, No. 710116, (1971).
- [5] 加藤昭悟・久保愛三・田中克典，レーザー速度センサーによるギヤ伝達誤差の計測，日本機械学会論文集（C編），59巻564号，(1993)，pp. 2552-2557.
- [6] Smith, J. D., Gear Transmission Error Accuracy with Small Rotary Encoders, Proc. Instn. Mech. Engrs., Vol. 201, No. C2, (1987), pp. 133-135.
- [7] Kurokawa, S., Ariura, Y., and Tachikake, K., Gear Transmission Errors of Cylindrical Gears, Proc. Int. Gearing Conference, (1994), Newcastle upon Tyne, pp. 407-412.
- [8] 藤井康治・酒井高男・小島昌一，歯車の計測に関する研究（時間方式による角度測定），日本機械学会論文集（C編），46巻404号，(1980)，pp. 445-449.
- [9] 加藤昭悟・久保愛三，ハイポイドギヤ半端次数振動発生メカニズムに関する歯形状データによる考察，日本機械学会シンポジウム講演論文集，No. 940-58, (1994)，pp. 108-111.
- [10] Welbourn, D. B., Fundamental Knowledge of Gear Noise - A Survey, Proc. Noise and Vibration of Engines and Transmissions, I. Mech. E., Cranfield, (1979), pp. 9-14.
- [11] 会田俊夫・佐藤進・由井雄二郎・福間洋，歯車の振動，騒音に関する基礎的研究（第1報，平歯車の円周方向振動と騒音の関係），日本機械学会論文集（第3部），34巻268号，(1968)，pp. 2226-2236.
- [12] 中村貫太郎，歯車の騒音に関する研究（第2報，動荷重と騒音の関係），日本機械学会論文集（第3部），32巻238号，(1966)，pp. 1007-1013.
- [13] 梅澤清彦・鈴木登志夫・北條春夫・佐藤太一，動力伝達用はすば歯車の振動特性（かみあい率と振動挙動），日本機械学会論文集（C編），50巻456号，(1984)，pp. 1458-1464.
- [14] Litvin, F. L., Chen, Jui-Sheng, Sep, T. M., and Wang, Jyh-Chiang, Computerized Simulation of Transmission Errors and Shift of Bearing Contact for Face-Milled Hypoid Gear Drive, Trans. ASME, Journal of Mechanical Design, Vol. 117, (1995), pp. 262-268.
- [15] 青木保雄，改訂精密測定（1），(1968)，p. 244，コロナ社.
- [16] 仙波正荘，歯車の誤差，(1990)，p. 129，日刊工業新聞社.
- [17] 歯車便覧編集委員会編，歯車便覧，(1962)，p. 709，日刊工業新聞社.

第6章 ハイポイドギヤのデュープレックス歯切りの設計法

6.1 緒言

第2章では、グリーソン方式ハイポイドギヤの歯切り法の改善を目的として、定速比の回転運動を伝達する共役歯車に歯面修整を施す考え方に基づいたハイポイドギヤのフォーメイト歯切り法を提案し、その歯切りを実現するための設計法を示した。

ところで、自動車用ハイポイドギヤは大量生産されるため、その製作においてはいかにして生産性を高めることができるかが大きな問題である。第2章で提案したフォーメイト歯切り法では、ギヤの歯切りは凸・凹両歯面を同時に歯切りする広刃法(Spread-blade method)で行い、ピニオンの歯切りは片歯面ずつ歯切りする片刃法(Single-side method)で行っている。ハイポイドギヤの量産ラインにおける歯切り工程でもこのような方法で歯切りが行われているが、歯面仕上げの際に必要な歯切り盤は1ラインにつきギヤ用で1台、ピニオン用で2台である。

本章では、共役歯車に歯面修整を施す第2章の考え方を踏襲しつつ、ギヤとピニオンの双方を広刃法で歯切りする、いわゆる双広刃歯切り法(Duplex spread-blade method, 以下、デュープレックス法という)を提案し、その歯切りを実現するための設計法を示す。デュープレックス法はピニオン歯面を仕上げる際に必要となる歯切り盤が2台から1台になるので、大量生産に適した方法であると考えられる。従来のデュープレックス法は、モジュールと歯数比に制約があったが[1, 2]、本章で提案する方法にはそのような制約がない特徴を有するものである。

6.2 基本的な考え方

デュープレックス法は、被削歯車の歯溝にちょうどはまり込むように環状フライスカッタの内・外両切れ刃の間隔を広げておき、歯溝の両側を同時に切削し、これをギヤおよびピニオンの歯切り法とする方法である[3]。したがって、片歯面ずつ歯切りする片刃法に比べて歯切り能率はよいが、その反面、ギヤ歯面およびピニオ

ン歯面を歯切りするための各工具歯車の凹・凸両歯(刃)面の合計四つの刃面が互いに関係づけられて決定されなければならない、制約の多い歯切り法である。

本研究では、デュープレックス法を実現するために第2章で提案した歯切り法と同様、グリーソン式環状フライスカッタの切れ刃を従来の直線から曲率半径の大きな円弧に変更する。すなわち、ギヤ歯切り用スカッタの切れ刃がスカッタ軸まわりに旋回して形成する曲面である工具歯車刃面を従来の円すい面からごくわずかに膨らませたような擬円すい面に変更する。ピニオン歯切り用工具歯車刃面は従来どおり円すい面とする。

本歯切り法では、ギヤは成形歯切りしたこう配歯のまがりばかさ歯車である。ギヤの歯すじを定める方法は第2章2.7節のそれと同じである。そうすると、本章で提案するデュープレックス法は、このギヤとかみあうピニオンを歯切りする方法ということになる。

さて、ギヤ歯面を工具歯車刃面としてピニオンを直接創成歯切りすることを考える。ギヤ歯面と同じ刃面をもつ工具歯車でピニオンを創成歯切りすれば、ピニオンはギヤと共役になる。しかし、ギヤ歯面が円すい面でかつ歯がこう配歯の場合にはピニオン歯切り用工具歯車刃面をギヤ歯面と一致させることができないから[4]、ギヤ歯面に近似できる刃面をもつ工具歯車でピニオンを創成歯切りすることになる。本研究では、ギヤ歯面を擬円すい面とし、その代替歯面である円すい面をもつ工具歯車でピニオンを直接創成歯切りする。このとき、ギヤ歯面とピニオン歯切り用工具歯車刃面とがギヤ凸・凹各歯面上のそれぞれ指定する目標歯当たり中心点 Q_m , Q_m'' で点接触し[図 6. 1(c)参照]、かつデュープレックス法に適合するようにピニオン凹・凸歯面歯切り用の工具歯車刃面を定める。工具刃先があらかじめ定められているピニオン歯底を削るようにしなければならないことはいうまでもない。

このようにして定められた工具歯車刃面でピニオンを創成歯切りすると、ピニオン歯面はギヤ歯面と指定した点 Q_m , Q_m'' では瞬間的ではあるが定速比の点接触かみあいをし、その点を中心に歯当たりが必ず得られる。このようにして歯当たりの中心位置が指定できる。指定した点以外では工具歯車の刃面の実質側内部にギヤ凸・凹歯面が包み込まれている。よって、この部分で創成されたピニオン歯面はギヤ歯面と非定速比の点接触かみあいをする。この非共役性に歯面修整効果を期待する。なお、非共役性の程度、すなわち回転伝達誤差を支配する歯面修整量はギヤ歯切り用スカッタ切れ刃の円弧曲率半径の大きさに依存するから、それを変えることによつ

である程度調節できる。

以上より明らかなように、本章で提案する歯切り法は、工具歯車刃面の形状と、その歯切り盤に取付ける位置および姿勢と運動を制御する各種パラメータを決定すること、すなわち、デュープレックス法が可能になるようにマシンセッティングを決定する問題に帰着する。

6.3 歯切り

本章で提案するデュープレックス法では、ギヤの凸・凹歯面を歯切りする工具歯車刃面（以後、カッタ刃面という）は擬円すい面であり、ピニオンの凹・凸歯面を歯切りするカッタ刃面は円すい面である。そこで、カッタに設定した座標系 $O_c-x_c y_c z_c$ で各カッタ刃面を表し、それぞれを $X_{gc}(u_g, \theta_g)$, $X_{gc}'(u_g', \theta_g')$ と $X_{pc}(u_p, v_p; \gamma_{1p}, S_p)$, $X_{pc}'(u_p', v_p'; \gamma_{2p}')$ とすると、それらは第2章2.3節の式(2-4)で示される。また、ギヤの凸・凹歯面とピニオンの凹・凸歯面を歯切りする各カッタ刃面の単位面法線ベクトルを $N_{gc}(u_g, \theta_g)$, $N_{gc}'(u_g', \theta_g')$ と $N_{pc}(u_p; \gamma_{1p})$, $N_{pc}'(u_p'; \gamma_{2p}')$ とすると、それらは式(2-5)で示される。ただし、 γ_{1p} , S_p , γ_{2p}' の値は未知定数としておき、デュープレックス法が可能になるように後で決めるものとする。

ギヤの歯切り方法は第2章2.7節で示した方法と基本的には同じである。すなわち、ギヤはカッタ軸を傾けないで広刃法によって成形歯切りされ、図2.16に示すように歯切り盤に設定した座標系 $O_m-x_m y_m z_m$ において、ギヤ凸歯面歯切り用のカッタ刃面 X_{gc} が設計基準点 P_m でピニオンとギヤの間の相対速度ベクトル w に接するようにカッタ中心 O_c の位置ベクトル $D_g \equiv (V_g, H_g, 0)^T$ を式(2-28)より決める。このとき、本法では広刃法でギヤを歯切りするので、この D_g で凹歯面も同時に歯切りされる。

ピニオンの創成歯切りについては次の通りである。ギヤ凸歯面上に点 Q_m を、凹歯面上に点 Q_m'' をそれぞれ指定し、それらの点を中心に歯当たりが得られるようにするものとする。そのため、ピニオン歯切り用カッタ刃面 X_{pc} と X_{pc}' が点 Q_m , 点 Q_m'' でそれぞれギヤの凸歯面、凹歯面と点接触するようにする。

まず、点 Q_m をギヤ凸歯面上に定める。第2章2.8.1項の図2.18に示すように、 $O_m-x_m y_m z_m$ において $\overline{O_m Q_m}$ を母線とする円すいの半頂角 λ_{g0} と、点 Q_m からギヤ軸ま

での距離を表すギヤ半径 R_{g0} を指定すれば、ギヤ凸歯面上の点を表すパラメータ u_{g0} , θ_{g0} が決まる。これより、点 Q_m の座標を表す位置ベクトル x_{m0} とその点におけるギヤ凸歯面の単位面法線ベクトル N_{gc} を決めることができる[第2章2.8節の式(2-29)～(2-31)参照]。

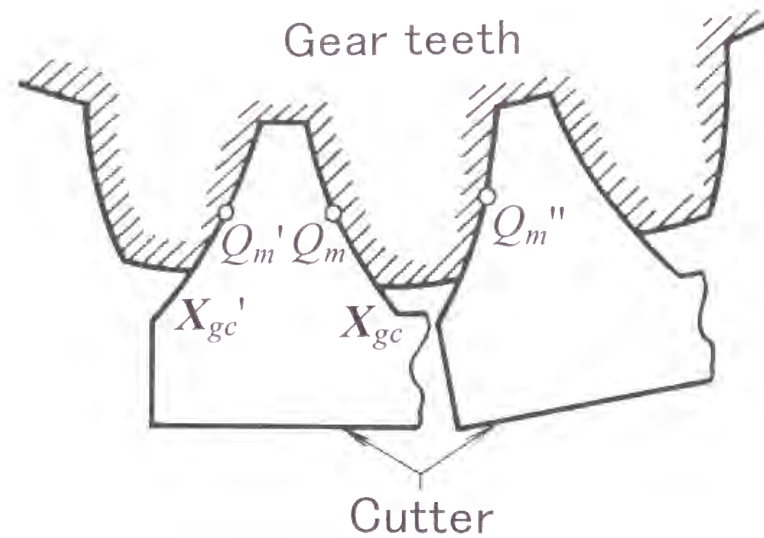
カッタ刃面 X_{gc} , X_{gc}' によるギヤの凸歯面、凹歯面の切削状況を図6.1(a)に模式的に示す。この図で、刃面 X_{gc}' により切削されるギヤ凹歯面は点 Q_m' で指示されている。しかし、デュープレックス法を実現するためには、ピニオン凸歯面歯切り用のカッタ刃面 X_{pc}' がギヤ凹歯面と点接触する点は、点 Q_m' から1ピッチ位相のずれた点 Q_m'' でなければならない。そこでまず、点 Q_m と同様に、 R_{g0}' と λ_{g0}' を指定することで点 Q_m' の位置ベクトル x_{m0}' とその点におけるギヤ凹歯面の単位面法線ベクトル N_{gc}' を定め、次に図6.1(b)に示すように点 Q_m' から1ピッチ離れた点 Q_m'' へ、点 Q_m' と N_{gc}' を変換する。この変換は点 Q_m' と N_{gc}' をギヤ軸まわりに角度 Ω (ラジアン) 回転する座標変換で示される。そうすると、点 Q_m'' の位置ベクトル x_{m0}'' とその点におけるギヤ凹歯面の単位面法線ベクトル N_{gc}'' は

$$\begin{aligned} x_{m0}'' &= A(\zeta) C(\Omega) A^{-1}(\zeta) x_{m0}' \\ N_{gc}'' &= A(\zeta) C(\Omega) A^{-1}(\zeta) N_{gc}' \end{aligned} \quad (6-1)$$

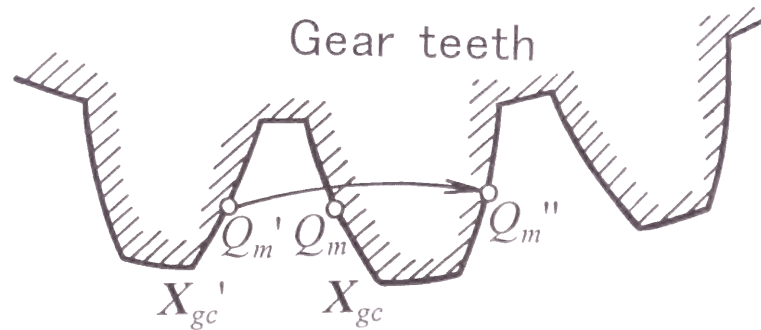
ここに、 ζ はギヤ歯底円すい角 λ_{gr} の余角であり（第2章2.7節の図2.16参照）、 A , C はそれぞれ x_m , z_m 軸まわりの回転に関する座標変換行列である[第2章2.7節の式(2-26)参照]。また、 Ω は n_g をギヤ歯数、 C_0 をバックラッシュとすると、

$$\Omega = \frac{2\pi}{n_g} + \frac{C_0}{R_{g0}} \quad (6-2)$$

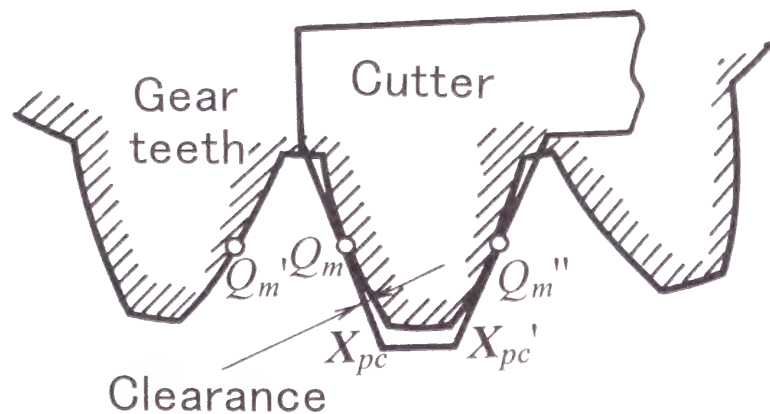
一方、第2章2.8.1項の図2.19に示すように、ピニオン歯切り用カッタ刃先が頂げきを確保しつつピニオン歯底を削るように、カッタ軸 z_c を x_m 軸まわりに角度 δ だけ傾ける。また、カッタ軸 z_c は y_m 軸まわりにも回転することができるから、角度 δ 傾けたのち y_m 軸まわりに微小角度 Δ (未知) だけ傾けることができる。第2章で提案した歯切り法では、この Δ を既存のカッタを利用するためのカッタ・マシンセッティングの自由度と考えたが、本法ではデュープレックス法を可能にするた



(a) State of ring gear cutting



(b) Transformation from Q_m' into Q_m''



(c) Substitution X_{pc} and X_{pc}' for X_{gc} and X_{gc}'

Fig. 6.1 Duplex spread-blade pinion cutting

めのそれと考える。ただし、 Δ の絶対値が大きく、正（負）のときにはピニオン大端の歯底が浅く（深く）なる代わりに小端の歯底が深く（浅く）なり、ギヤ歯先と干渉を起こす可能性がある。そのような場合には、ギヤ歯切り用カッタ切れ刃の傾き角 γ_{2g} あるいは γ_{1g}' の値を変更し、この干渉がなくなるまで Δ の絶対値が小さくなるようにするものとする。

このような条件のもとで、図 6.1(c) に示すように、カッタ刃面 X_{pc} がギヤ凸歯面と点 Q_m で、カッタ刃面 X_{pc}' がギヤ凹歯面と点 Q_m'' でそれぞれ点接触しているとすると、ピニオン歯切り用カッタ中心 O_c が座標系 $O_m-x_my_mz_m$ で $D \equiv (V, H, Z)^T$ の位置にあるとして、

$$\begin{aligned} B(\Delta) A(\delta) N_{pc}(u_p; \gamma_{1p}) - (-N_{gc}) &= 0 \\ B(\Delta) A(\delta) X_{pc}(u_p, v_p; \gamma_{1p}, S_p) + D - x_{m0} &= 0 \\ B(\Delta) A(\delta) N_{pc}'(u_p'; \gamma_{2p}') - (-N_{gc}') &= 0 \\ B(\Delta) A(\delta) X_{pc}'(u_p', v_p'; \gamma_{2p}') + D - x_{m0}' &= 0 \\ v_p \cos \gamma_{1p} - l_{g0} \sin \left(\lambda_{gf} - \lambda_{g0} + \frac{b}{l_{g0}} \right) &= 0 \\ l_{g0} - \frac{R_{g0}}{\sin \lambda_{g0}} &= 0 \end{aligned} \quad (6-3)$$

ここに、 l_{g0} は $\overline{O_m Q_m}$ の長さであり、 λ_{gf} はギヤ歯先円すい角である（第 2 章 2・8・1 項の図 2.19 参照）。また、 B は y_m 軸まわりの回転に関する座標変換行列である〔第 2 章 2・7 節の式(2-26)参照〕。 $|N_{gc}| = |N_{pc}|$ ($=|N_{gc}'| = |N_{pc}'|$) $= 1$ であるので、式(6-3)の第一式から得られる 3 本のスカラ式と第三式から得られる 3 本のスカラ式はそれぞれ 2 本が成り立てば残りの 1 本も必然的に成り立つ。したがって式(6-3)は 12 個の未知数を含む 12 本のスカラ式から成っていることになるから、これらの式を解くことによって 12 個の未知数 V, H, Z と $u_p, v_p, \gamma_{1p}, S_p, u_p', v_p', \gamma_{2p}', \Delta, l_{g0}$ を決めることができる。すなわち、ピニオン歯切り用カッタ刃面を決める $\gamma_{1p}, S_p, \gamma_{2p}'$ と、カッタ・マシンセッティング V, H, Z と Δ を決めることができる。また、カッタ軸は座標系 $O_m-x_my_mz_m$ において第 2 章 2・8・1 項の式(2-34)で示される単位ベクトル a の方向を向いている。

ピニオンは直接創成法で歯切りされるから、第 2 章 2・5 節の図 2.10 のかみあい座標系 $O-xyz$ で考えられるべきである。そこで、 D と a を座標系 $O-xyz$ に変換し、

それぞれ D_p , a_p とする [第 2 章 2・8・1 項の式(2-35)参照] . D_p , a_p はカッタ・マシンセッティングを与え, これによってピニオン凹・凸両歯面を同時に創成歯切りすれば, デュープレックス法が可能になる.

なお, 図 6. 1(c)に示すようにギヤ歯面とその代替歯面であるピニオン歯切り用カッタ刃面との間にはすきまが生じている. このすきまは回転伝達誤差を支配する歯面修整量と直接関係する.

6・4 歯切りの設計例

6・3 節までの理論に基づき, 具体例についてハイポイドギヤのデュープレックス歯切りを実現するための設計を行う. 表 6. 1 に歯切り目標としたハイポイドギヤの基本諸元を示す. 表 6. 1 中の記号は第 2 章 2・10 節の表 2. 1 のそれを踏襲している. また, 基本諸元も基本的には変わっていない. しかしながら, 本法はデュープレックス法であるから, バックラッシ C_0 も基本諸元として与える必要がある.

表 6. 2 にカッタ諸元を示す. デュープレックス法は制約の多い歯切り法であるから, 第 2 章で提案した歯切り法のように既存のカッタ・ブレードを利用することができず, 歯切りの設計ごとに表 6. 2 に示すような諸元のカッタ・ブレードを製作しなければならない. さて, カッタ刃面 X_{gc} と X_{gc}' とでギヤの歯を形成するから, 歯厚が与えられると表 6. 2 の外刃ポイント幅増加量 S_g' も決まってしまう. S_g' に関しては, 半径 R_{g0} の円上でのギヤの歯厚と歯溝の幅の比, すなわち 6・3 節図 6. 1(a) の $\widehat{Q_m Q_m''}$ と $\widehat{Q_m Q_m'}$ の比が 0.47 : 0.53 になるようにその値を決めた. このように差を設けたのは, ピニオンは創成歯切りされるため成形歯切りされるギヤよりも歯が薄くなるから, それを賄うためである.

本研究で提案したデュープレックス法では, 歯車諸元, ピニオン歯切り用カッタ諸元および歯切り時のマシンセッティングの計算を逐次近似法によって行う. 計算のアルゴリズムの大略は図 6. 2 の流れ図に示す通りである. 最初に与えるパラメータは第 2 章 2・10 節の図 2. 21 の流れ図とは幾つかの点で異なる. まず本法はデュープレックス法であるから, ピニオン歯切り用カッタに関する外刃ポイント幅増加量 S_p と外・内切れ刃の傾き角 γ_{1p} , γ_{2p}' の値は与えないでデュープレックス法が可能になるように式(6-3)より決める. また, 本法は既存のカッタ・ブレードを

Table 6. 1 Basic data of hypoid gears

Gear ratio	i	41/7
Offset distance	e	18.0 mm
Gear diameter	$2R_g$	138.0 mm
Pinion diameter	$2R_p$	29.4 mm
Temporary gear face cone Angle	λ_{gi}	77° 4'
Radius	R_{g0}, R_{g0}'	69.0 mm
Cone angle	$\lambda_{g0}, \lambda_{g0}'$	74° 2'
Module	m	3 mm
Tooth height	$h_k = 2.25 m$	6.75 mm
Top clearance	$b = 0.25 m$	0.75 mm
Backlash	C_0	0.05 mm

Table 6. 2 Cutter specifications (mm)

	X_{gc}, X_{gc}'	X_{pc}, X_{pc}'
Cutter diameter	$2R$	152.4
Point width	W	0.762
Shim thickness of O. B.	S_g', S_p	1.437
Radius of curvature of circular arc of I. B.	r	200
Radius of curvature of circular arc of O. B.	r'	100
Inside blade angle	$\gamma_{2g}, \gamma_{2p}'$	20° 0' 18° 51'
Outside blade angle	$\gamma_{1g}', \gamma_{1p}$	19° 0' 17° 5'
Center of curvature of circular arc	(y_0, z_0) (y_0', z_0')	(-113.793, 63.620) (174.090, 27.753)

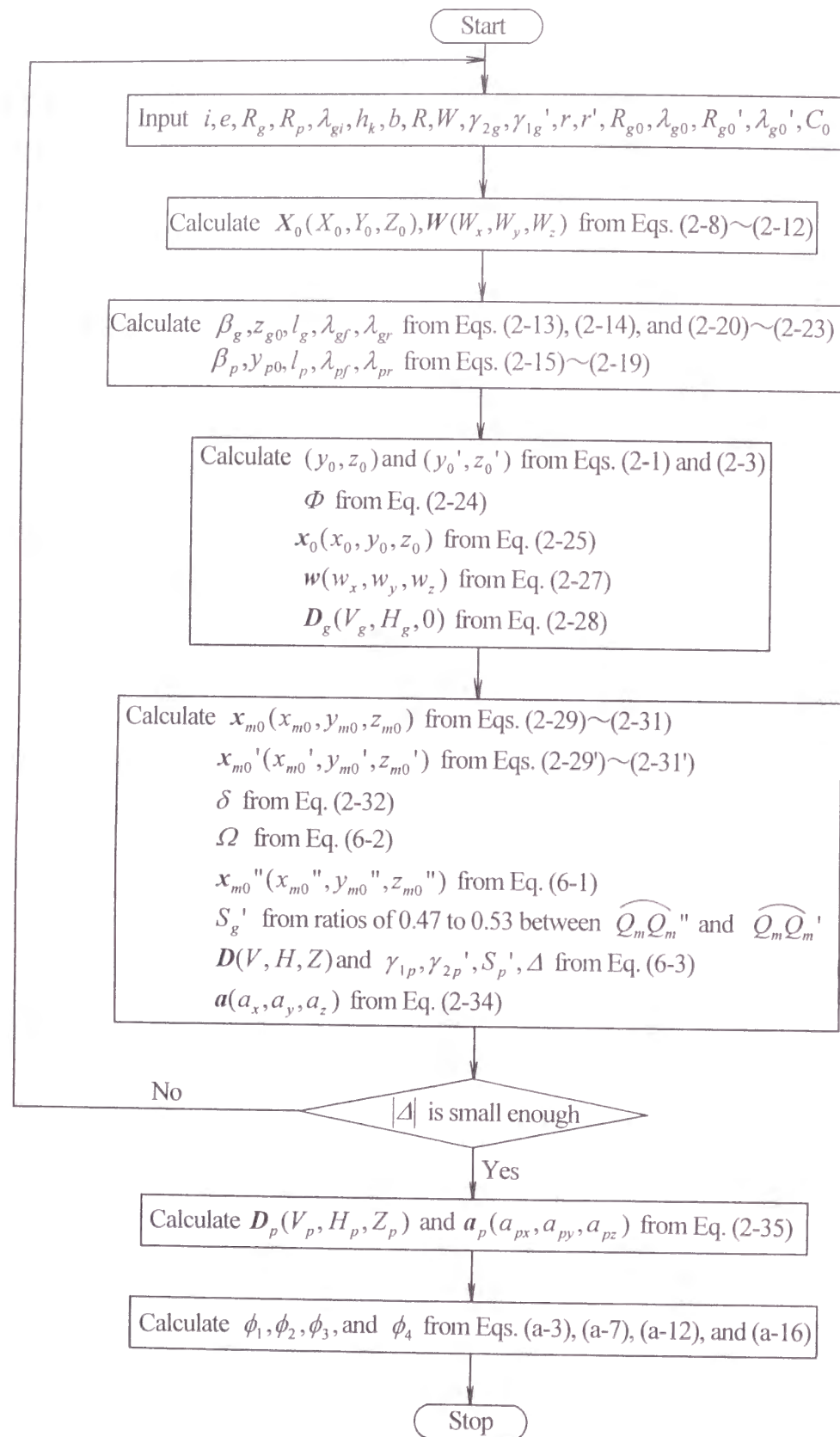


Fig. 6.2 Flowchart for obtaining numerical solution based on duplex spread-blade method

利用することができないので、調整角 Φ の値も第2章 2.7 節の式(2-24)によって計算する。さらに、ギヤ歯切り用カッタの外刃ポイント幅増加量 S_g' は、前述のごとくギヤの歯厚と歯溝の幅の比が 0.47 : 0.53 になるようにその値を計算する。このような条件のもとで、第2章で示した歯切りの設計法に従い、かみあい座標系 $O-xyz$ における設計基準点の位置ベクトル X_0 とその点での相対速度ベクトル W を計算し、これに基づいてねじれ角 β_g , β_p などの歯車諸元を決定する。そして、ギヤの歯切り盤に設定した座標系 $O_m-x_my_mz_m$ におけるギヤ歯切り用カッタ中心の位置ベクトル $D_g(V_g, H_g, 0)$ を求める。座標系 $O_m-x_my_mz_m$ におけるピニオン凹・凸歯面歯切り用のカッタ中心の位置ベクトル D は、ギヤ凸歯面、凹歯面上に目標歯当たりの中心点 Q_m , Q_m' の位置ベクトル x_{m0} , x_{m0}' をそれぞれ定めた後、点 Q_m' を点 Q_m'' に変換して点 Q_m'' の位置ベクトル x_{m0}'' を決め、カッタ刃面 X_{pc} , X_{pc}' がギヤ凸歯面、凹歯面と点 Q_m , Q_m'' でそれぞれ点接触するように式(6-3)より求める。このとき、 D とともに δ と Δ の値が求められるので、第2章 2.8.1 項の式(2-34)よりカッタ軸方向を示す単位ベクトル a も決めることができる。次に、 Δ の絶対値が十分小さいなら次の計算を行えばよいが、そうでない場合には γ_{2g} , γ_{1g}' の値を変え、 Δ の絶対値が十分小さくなるようにする。このとき、カッタ・ブレードを新たに製作しなければならないので γ_{2g} , γ_{1g}' の値は既存のブレードのそれを与える必要はない。 Δ の絶対値が十分小さくなったならば、 D , a を座標系 $O-xyz$ に変換し、 D_p , a_p を求める。そうすると、付録1に従ってグリーンソン No. 116 ハイポイドギヤ創成歯切り盤に対するカッタ・マシンセッティングであるチルト角 ϕ_1 , スイベル角 ϕ_2 , エクセンリック角 ϕ_3 , クレードル角 ϕ_4 の値を求めることができる。

表 6.3 には、表 6.1 の基本諸元、表 6.2 のうちのカッタ半径 R , ポイント幅 W とギヤ歯切り用カッタ切れ刃の傾き角 γ_{2g} , γ_{1g}' , 円弧曲率半径 r , r' の値を用い図 6.2 の流れ図に従って計算した歯切りの設計結果を示す。本法はデュープレックス法であるから、マシンセッティングはギヤ、ピニオンともに1回、合計2回行えばよい。

ギヤ歯切り用カッタ切れ刃の円弧曲率半径 r , r' の値が大きすぎると歯面間に曲率干渉が生じる。そこで、擬円すい面 X_{gc} と円すい面 X_{pc} および X_{gc}' と X_{pc}' それぞれが、点 Q_m , 点 Q_m'' で点接触している状態における相対全曲率 K の値を第2章 2.9 節の方法に従って計算した[5]。表 6.4 に、ギヤ歯切り用カッタ切れ刃の円弧曲率半径 r , r' と相対全曲率 K との関係を示す。表 6.4 より、ギヤ凸歯面とピニオン凹

Table 6.3 Calculated results of hypoid gear design (mm)

		Gear	Pinion
Spiral angle	β_g, β_p	33 ° 1'	47 ° 47'
Cone apex	z_{g0}, y_{p0}	1.174	0.655
Mean cone distance	l_g, l_p	70.797	67.790
Face cone angle	$\lambda_{gf}, \lambda_{pf}$	76 ° 27'	18 ° 14'
Root cone angle	$\lambda_{gr}, \lambda_{pr}$	70 ° 55'	12 ° 31'
Design point P ; X_0 (in O-xyz) P_m ; x_0 (in O_m - $x_my_mz_m$)		(17.162, 66.832, -14.676) (2.643, 70.343, -7.560)	
Center of tooth bearing Q_m ; x_{m0} (in O_m - $x_my_mz_m$)		(3.517, 71.580, -3.863)	
Center of tooth bearing Q_m' ; x_{m0}' (in O_m - $x_my_mz_m$)		(9.096, 71.096, -3.695)	
Center of tooth bearing Q_m'' ; x_{m0}'' (in O_m - $x_my_mz_m$)		(-1.501, 71.649, -3.887)	
Cutter center	$D_g(V_g, H_g, 0)$	(-61.346, 34.975, 0.0)	
Cutter center	$D(V, H, Z)$ (in O_m - $x_my_mz_m$)	(-63.731, 30.486, -3.906)	
Direction of cutter axis a (in O_m - $x_my_mz_m$)		(0.00961, -0.10687, -0.99423)	
Cutter center	$D_p(V_p, H_p, Z_p)$ (in O-xyz)	(69.670, 10.631, -5.100)	
Direction of cutter axis a_p (in O-xyz)		(0.05478, -0.21742, 0.97454)	
Adjustment angle	Φ	16 ° 36'	
Dedendum angle	δ	-6 ° 8'	
Incline angle	Δ	-0 ° 33'	
Results of transformation to Gleason No. 116 hypoid gear generator $\phi_1 = 51^\circ 41'$, $\phi_2 = 249^\circ 15'$, $\phi_3 = 36^\circ 59'$, $\phi_4 = 152^\circ 50'$			

Table 6.4 Calculated relative total curvature $K (\times 10^{-7}/\text{mm}^2)$

$r, r'(\text{mm})$	100	200	400
$X_{gc}(r), X_{pc}$	46.4	14.8	-0.3
$X_{gc}'(r'), X_{pc}'$	28.1	2.0	-10.5

歯面，すなわちドライブ側歯面については，歯面曲率干渉が生じない r の最大値は 400 mm よりわずかに小さい値であると考えられるが，本研究では歯車軸の相対的位置変動や組付け誤差に対してその性能の変化が鈍感な歯車対を得るため，歯面修整量が比較的大きくなるように r を 200 mm とした．ギヤ凹歯面とピニオン凸歯面，すなわちコースト側歯面については r' を 100 mm とした．

第2章で提案した歯切り法では，第5章 5.4.2 項で示したように，非共役性の程度すなわち回転伝達誤差を支配する歯面修整量はギヤ歯切り用カッタ切れ刃の円弧曲率半径の大きさに依存する．したがって，円弧曲率半径 r の大きさを変えることによって回転伝達誤差をある程度調節できた．本章で提案したデュープレックス法によるハイポイドギヤについても，このことがいえるかどうかを確かめるため，表 6.1～6.3 で示した歯車対の回転伝達誤差を第5章 5.4.1 項の方法に従って計算した．図 6.3 はギヤの回転角を横軸にとり回転伝達誤差を縦軸にとったときの両者の関係をドライブ側歯面について示したものである．図には r を 200 mm から 400 mm に変えて設計した歯車対の場合についても示してある． r が 400 mm の場合，回転伝達誤差は鋸歯状に変化している．このことはギヤ歯面とピニオン歯切り用カッタ刃面との間に曲率干渉が生じることを意味している．一方， r が 200 mm の場合，回転伝達誤差は放物線状に変化しているが，このことは両者の間に曲率干渉が生じないことから推察できる．

図 6.4 はコースト側歯面の回転伝達誤差の計算結果を示したものである．ドライブ側歯面と同様に r' を 100 mm から 200 mm に変えて設計した歯車対の場合についても示してある．双方の場合ともに回転伝達誤差は鋸歯状ではなく放物線状に変化している．回転伝達誤差の振幅は r' が 100 mm の場合約 8 秒であり， r' を 200 mm にすると約 1 秒とかなり小さくなる．これより，本章で提案したデュープレックス歯切り法においても，ギヤ歯切り用カッタ切れ刃の円弧曲率半径の大きさを変えることにより，回転伝達誤差の大きさをある程度調節できることがわかる．

6.5 デュープレックス歯切りと歯切り誤差の検出

本歯切り法の有効性を確かめる目的で，表 6.1～6.3 の設計例で示したハイポイドギヤの歯切りを行った．第2章 2.11 節と同様に，ギヤの歯切りには図 2.22 の

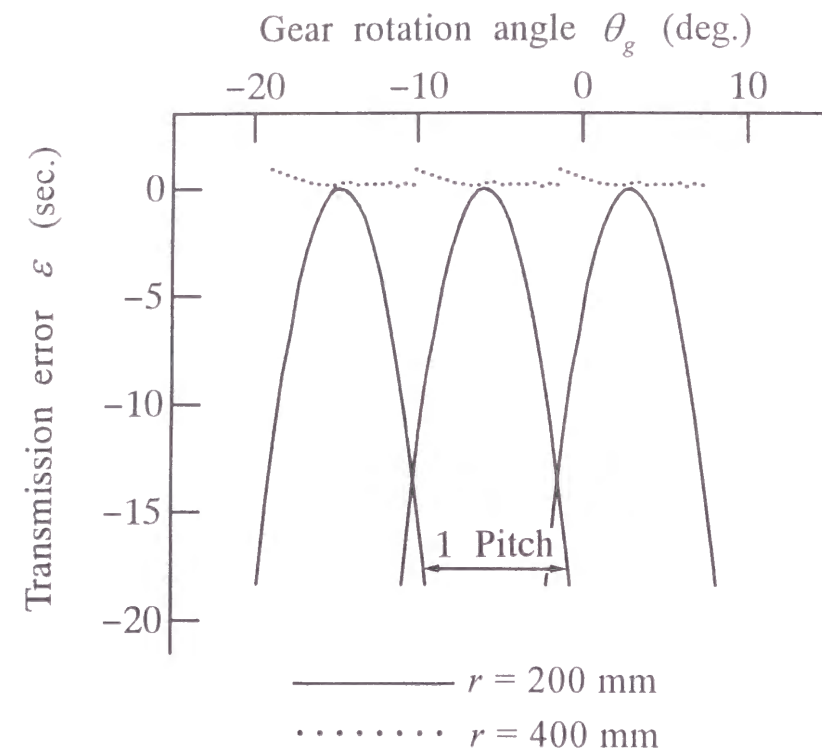


Fig. 6.3 Calculated transmission error in drive side

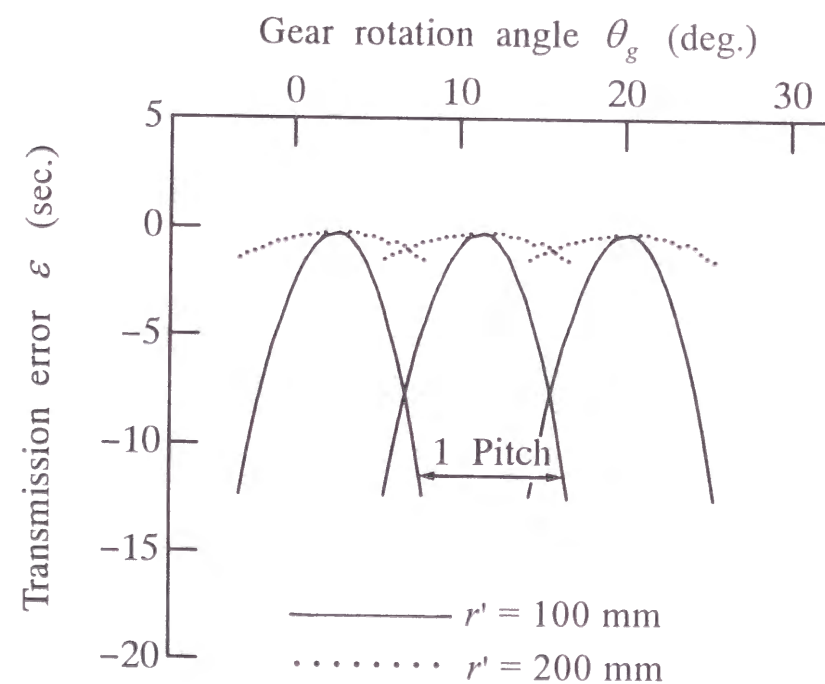


Fig. 6.4 Calculated transmission error in coast side

Table 6.5 Detected machine settings in ring gear cutting

Machine settings	Differences	Ψ (deg.)	Δt (μ m)
R_{sg}	-0.016 mm	$150^\circ 11'$	18.2
A_{sg}	$42'$	$150^\circ 56'$	14.3
Z_g	0.043 mm	$150^\circ 12'$	4.7
λ_{gr}	$-2'$	$150^\circ 12'$	4.3

Table 6.6 Detected machine settings in pinion cutting

Machine settings	Differences	Ψ (deg.)	Δt (μ m)
R_{sp}	0.003 mm	$201^\circ 31'$	16.2
A_{sp}	$4'$	$201^\circ 08'$	13.0
Z_p	0.016 mm	$201^\circ 31'$	12.9
δ	$-1'$	$201^\circ 30'$	13.2
Δ	$1'$	$201^\circ 30'$	13.0

唐津鉄工所社製 BGH 型ハイポイドかさ歯車創成歯切り盤を用い、ピニオンの歯切りには図 2.25 のグリーンソン No. 116 ハイポイドギヤ創成歯切り盤を用いた。また、ギヤの歯切りにおいて歯切り盤へのカッタの取付けは、カッタ中心 O_c の座標 V_g , H_g を極座標における動径に相当するラジアルセッティング量 R_{sg} と偏角に相当するカッタ中心旋回角 A_{sg} に変換して設定するよう行う。

さて、第 3 章で提案した歯切り誤差検出法に従って、歯切りした歯車歯面上の多数点の座標を三次元座標測定機で測定し、その測定値群から工具やワークの歯切り盤への取付け位置および姿勢の誤差と歯切り盤固有の動作の誤差とを含めて、歯切り誤差として検出した。ただし、ここではギヤ、ピニオンともに凸・凹両歯面を同時に歯切りするデュプレックス法により歯切りされた歯車であるから、凸・凹両歯面の測定値群を用いて歯切り誤差を検出したものである。

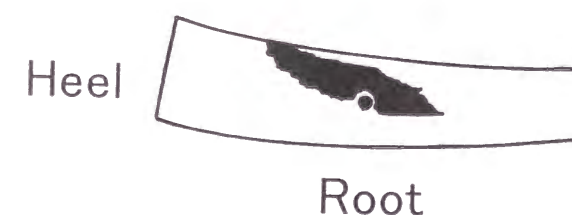
表 6.5 にギヤの歯切り誤差検出結果を示す。表には工具やワークの歯切り盤への取付け位置ならびに姿勢、いわゆるマシンセッティング（第 3 章 3.8 節の表 3.1 参照）のそれぞれの求めた値を、設計値との差で示している。また表 6.5 の結果

は、表 6. 1～6. 3 に示した諸元のハイポイドギヤを得るために、前述の検出法に従って歯切り誤差を検出し、その誤差を補正して修正歯切りを行った歯車についてのものである。表中の ψ は、歯車に固着した座標系 $O_g-x_gy_gz_g$ の x_g 軸と三次元座標測定機の座標系 $O_i-x_iy_iz_i$ の x_i 軸とのなす角度である（第 3 章 3.4 節の図 3. 3 参照）。 Δt は第 3 章 3.5 節で述べたように適合精度であり、この値が小さいほど測定値群によく適合する理論歯面が推定されていることを意味する。そこで、 Δt の値が小さいマシンセッティングにこの歯車を歯切りしたときのパラメータ設定の誤差があると考え、 Z_g はカッタ中心 O_c の z 座標で、設計値は零である。ギヤ歯底円すい角 λ_{gr} は歯切り盤のマシンルートアングルに対応する。表 6. 5 より、歯切り誤差は小さく、ギヤは正しく歯切りされていることがわかる。

ピニオンについても同様の方法で歯切り誤差を検出した。表 6. 6 にその結果を示す。ピニオン歯切り時の歯切り盤のマシンセッティング（第 3 章 3.8 節の表 3. 7 参照）は添字 g の代わりに p をつけてギヤの場合と区別して示す。表 6. 6 よりピニオンの歯切り誤差も小さく、正しく歯切りされていることがわかる。ところが、この場合には最も小さい Δt の値は $12.9\mu\text{m}$ で、ギヤのそれより 3 倍程度に大きくなっていることがわかる。したがって、表 6. 6 で示した結果が歯切り誤差を補正して修正歯切りして得られた歯車のそれであることを踏まえると、ピニオンについては設計歯面に近い歯面が得られているとは言い難い。その理由は、歯車を歯切りするとき、表に示した歯切り盤のマシンセッティングの誤差のほかにカッタの形状に関する誤差があるためと考えられる。なぜならば、カッタの形状誤差は凹歯面歯切り用と凸歯面歯切り用のもので異なっており、デュープレックス法においてはカッタの形状誤差を歯切り盤のマシンセッティングの補正で賄うことができないからである。これより、前述の検出結果は、ピニオン歯切り用カッタ切れ刃の傾き角 γ_{1p} , γ_{2p}' , カッタ半径 R [第 2 章 2.3 節の式(2-4)参照] のいずれかに誤差があることを示すものであると考えるべきであろう。そこで、ABS（アクリロニトリル・ブタジエン・スチレン共重合）樹脂をベースとする特殊複合コンパウンドを押し出し成形した厚板、いわゆるサイコウッドを切削してカッタ刃面 X_{pc} , X_{pc}' それぞれを転写し、その転写面を三次元座標測定機で測定した。そして、最小二乗法によって X_{pc} の転写面の座標測定値群から γ_{1p} と R の値を、 X_{pc}' のそれから γ_{2p}' と R の値を検出した。その結果、 X_{pc} , X_{pc}' いずれの R にも誤差がなく、また γ_{1p} にも誤差がなかったが、 γ_{2p}' が設計値より角度で 33 分大きくなっていた。これより、ピニオン歯切り



(a) Photograph of tooth bearing



(b) Sketch of tooth bearing

Fig. 6. 5 Tooth bearing of mating gears in drive side



(a) Photograph of tooth bearing



(b) Sketch of tooth bearing

Fig. 6.6 Tooth bearing of mating gears in coast side

時のマシンセッティングの中で最も小さい Δt の値がギヤのそれより大きくなった理由は、 γ_{2p}' の誤差が原因であるとかかなりの確度をもって判断できる。

歯切りしたギヤとピニオンをかみあわせ、歯当たりを調べた。図 6.5 にギヤ凸歯面とピニオン凹歯面をかみあわせた状態とその歯当たり模様を示す。(a)が歯当たり写真、(b)がギヤ凸歯面上での歯当たりスケッチ結果である。図中(b)の黒丸印で示した点は歯面中央部に定めた設計上の歯当たりの中心点である。これは極軽負荷運転後の歯当たりである。歯当たり調整歯切りはしていない。図 6.6 にギヤ凹歯面とピニオン凸歯面をかみあわせた状態とその歯当たり模様を図 6.5 と同様の方法で示す。図 6.5、図 6.6 とともに歯当たりは設計上の歯当たりの中心点よりややギヤの歯先側に得られているが、これは γ_{2p}' の誤差の影響であると考えることによって納得できる。

6.6 結 言

本章は、共役歯車に歯面修整を施して希望する歯車を得ようとする考え方に基づいたハイポイドギヤのデュープレックス歯切り法を提案し、その歯切りを実現するための設計法について述べたものである。

本歯切り法では、ギヤ歯切り用カッタの切れ刃を従来の直線から曲率半径の大きな円弧に変更しているが、ピニオン歯切り用カッタの切れ刃を従来どおり直線としている。すなわち、カッタ刃面に擬円すい面と円すい面を用いている。本章で提案した方法は、そのようなカッタ刃面の位置および姿勢、すなわちマシンセッティングをデュープレックス法が可能になるように決める方法である。従来の方法では、ギヤの歯切りで 1 回、ピニオンの歯切りで 2 回、計 3 回のマシンセッティングを必要としていたが、デュープレックス法ではそれぞれの歯切りにおいて各 1 回のマシンセッティングでよい。ため、量産ラインの歯切り工程に必要とする歯切り盤を 1 台減らすことができる。よって、大量生産に適した方法であるといえる。また本法は、ギヤ歯切り用カッタ切れ刃の円弧曲率半径の大きさを変えることによって、デュープレックス条件を満足しつつ回転伝達誤差をある程度調節できるという利点がある。

実際にハイポイドギヤを設計・製作し、その歯面を三次元座標測定機で測定して歯切り誤差を検出した。そして、その歯車対をかみあわせ歯当たりを調べるこ

によって本法の有効性を確認した。

参 考 文 献

- [1] Townsend, D. P., Dudley's Gear Handbook Second Edition: The Design, Manufacture, and Application of Gears, (1991), p. 20. 32, McGraw-Hill, New York.
- [2] 歯車便覧編集委員会編, 歯車便覧, (1962), p. 733, 日刊工業新聞社.
- [3] South, D. W. and Ewert, R. H., Encyclopedic Dictionary of Gears and Gearing, (1995), p. 109, McGraw-Hill.
- [4] 和栗明, 歯車の設計・製作とその耐久力, (1982), p. 89, 養賢堂.
- [5] 横田晃, 点接触歯車の基礎的な問題について, 日本機械学会論文集 (第 3 部), 33 巻 253 号, (1967), pp. 1491-1502.

第 7 章 結 論

本論文は, ハイポイドギヤの設計・製作法を確立することを目的として, 修整歯面を有するハイポイドギヤの歯切り法を提案したものであり, この方法による歯車の幾何学的特性, 歯切り誤差の検出, 熱処理変形対策について, 理論と実験の両面より検討を加え, その工業的実用性, 有用性を評価したものである。

ハイポイドギヤの設計・製作および生産に関しては, これまでグリーンソン方式が最も多く用いられている。しかし, この方式のハイポイドギヤの歯切り理論は確立されているとはいい難く, 歯車の品質管理および高性能の歯車の開発が困難であるとともに, 生産性向上の点で多くの問題がある。たとえば, 熱処理やラッピングの各工程における歯車の歯面形状の狂いに対してどのように対処すればよいかなど, 明確な指針を与えることができず, 歯当たりを観察しつつ試行歯切りを繰り返して良質のハイポイドギヤを得ているのが現状である。そして, その過程においては現場技能者の経験と勘に依存する部分がいまだに多く残されている。本論文は, この状況を打開し, ハイポイドギヤの製造を経験と勘に依存しない工学的技術にすることを目的としたものである。ここに示した方法は, 歯切り理論が明確であり, この体系によりハイポイドギヤを製作すれば, 歯切り誤差対策のみならず熱処理変形対策についても理論的検討を行うことが可能である。すなわち, 本論文は試行歯切りを必要とせず, 見通しよくハイポイドギヤの設計・製作が行える新たな方法を提案したものである。

一連の研究によって得られた結論を要約すると次の通りである。

(1) グリーンソン方式ハイポイドギヤの歯切り法は直接創成法でピニオンを歯切りすることを基本にしており, ギヤ歯面とピニオン歯切り用工具 (カッタ) の切れ刃が工具軸まわりに旋回して形成する曲面 (工具歯車刃面という) はともに円すい面である。この方式で, 歯をこう配歯にすると歯 (刃) 面間に干渉が生じるような接触形態にならざるを得ず, ハイポイドギヤの性能上極めて多くの問題を生じさせている。たとえば, 歯車対をかみあわせたとき二段当たりが生じやすく, これが異常な運転騒音の発生原因となっている。この状況の改善を目的として, 本研究では, 定速比で回転運動を伝達する共役歯車に歯面修整を施す考え方に基づいたハイポイ

ドギヤの歯切り法を提案し、その歯切りを実現するための設計法を示した。この方法では、グリーンソン方式で円すい面であったギヤ歯切り用工具歯車刃面の円すい母線を曲率半径の大きな円弧に変更し、歯面干渉によって生じる歯車の非共役性を回避した。これにより、設計基準点とは別にギヤ歯面上の任意の点を歯当たりの中心位置に指定することができ、その点でギヤ歯面と点接触するようにピニオン歯切り用工具歯車刃面を配置し、これでピニオンを直接創成歯切りすることが可能となった。この方式を採用することにより、自動車用ハイポイドギヤに不可欠な歯面修整効果が期待でき、歯切りする歯面の共役歯面からの偏りが明確となった。さらに、設計基準点をピニオン歯底円すい上、すなわち実際のギヤ歯先円すいより頂げき分だけ空間側にある仮のギヤ歯先円すい上に定め、その点でギヤの歯すじを定めることによって、かみあいに関与しない無効歯面の発生を防ぐことが可能となった。

この理論に基づき、具体例について歯切りの設計を行い、歯車諸元と歯切りするときの工具やワークの歯切り盤への取付け位置および姿勢、いわゆるマシンセッティングを算出し、歯切り実験を行った結果、無効歯面は生ぜず、かつ指定した点を中心に歯当たりを得ることができた。これにより、本歯切り法の有効性を確認した。

(2) ハイポイドギヤを歯切りするとき、工具やワークを所定の位置および姿勢で歯切り盤に正しく取付ける必要があるが、歯切り盤の構造が複雑でその動作を高精度にすることが容易でないため、普通その取付けには誤差を伴う。また、歯切り盤それぞれには固有の構造的あるいは製造上の誤差があり、これが歯車の仕上げ精度を劣化させる。そこで本研究では、工具やワークの取付け位置および姿勢の誤差と歯切り盤固有の動作の誤差とを含めて、歯切り誤差として検出する方法を提案した。この方法は、歯車歯面上の多数点の座標を三次元座標測定機で測定して、その測定値群に最もよく適合するように、工具やワークの取付け位置と姿勢の関数として表される理論歯面を推定し、歯切り誤差を逆算するものである。上記(1)で提案した歯切り法によるハイポイドギヤの歯切り誤差をこの方法により検出し、その誤差を補正して修正歯切りを行った結果、設計歯面に近いハイポイドギヤ歯面を得ることができた。

(3) ハイポイドギヤは歯面強度を高めるために熱処理をして用いられるが、熱処理したハイポイドギヤの歯面は熱処理変形する。そこで、熱処理前後のハイポイド

ギヤの歯面形状を三次元座標測定機で測定し、その測定値群から熱処理変形量を求め、それを歯切り誤差に含めて検出することができれば、熱処理変形に対する技術的な対策をたてることが可能となる。この測定法の開発を試み、本研究におけるハイポイドギヤの熱処理変形は歯切り誤差に含めて取り扱うことのできるということが明らかになり、熱処理変形を歯切り誤差として検出し、これを補正して修正歯切りを行えば、各歯車間、各歯面間でばらつきがあるものの、熱処理後に設計歯面に近い歯面を得ることができる技術の基礎が確立された。また、本研究におけるハイポイドギヤが歯面修整による非共役性を利用することで熱処理変形のばらつきを吸収することができることを確かめた。

(4) ハイポイドギヤの回転伝達誤差の計算法を開発し、上記(1)で提案した歯切り法による歯車を解析した結果、回転伝達誤差が鋸歯状ではなく、放物線状に変化すること、および、ギヤ歯切り用カッタ切れ刃の円弧曲率半径の大きさを変えることにより、回転伝達誤差をある程度調節できることが明らかになった。このことは、これらの調節により、ハイポイドギヤの回転伝達誤差、したがって振動、騒音をある程度制御可能なことを示すものである。

(5) 歯車対の回転伝達誤差はこれまでほとんどの場合、低速軽負荷状態でロータリエンコーダを用いて測定されているが、ロータリエンコーダには微小な回転角度を測定するための分解能や読み取り精度の問題があり、回転伝達誤差の振幅や基本的な周波数構成を検出するのにとどまっている。そこで本研究では、静的状態におけるハイポイドギヤの回転伝達誤差をオートコリメータを用いて測定する方法を提案した。この方法は測定に長時間を必要とする欠点はあるが、回転伝達誤差を原理的方法により測定でき、測定精度が極めて高い利点がある。本法によりハイポイドギヤの回転伝達誤差を測定した結果、回転伝達誤差の変動の様子をカッタフラットが明確に検出できるほど高精度に測定できることを実証した。そして、歯車の歯面修整による非共役性はギヤの1歯毎のかみあいを周期とする回転伝達誤差を生じ、それは鋸歯状ではなく放物線状に変化すること、上記(1)の歯切り法によるハイポイドギヤは組付け誤差に対して鈍感であることを確認した。

(6) 従来のハイポイドギヤ製造方法では、ギヤの歯切りで1回、ピニオンの歯切

りで2回、合計3回のマシンセッティングを必要としていたが、デュープレックス歯切り法ではそれぞれの歯切りにおいて各1回のマシンセッティングでよいため、量産ラインの歯切り工程に必要とする歯切り盤を1台減らすことができ、大量生産に適した方法であるといえる。そこで、自動車用ハイポイドギヤは大量生産されることに注目し、生産性を向上させることを目的としたデュープレックス歯切り法を提案し、その歯切りを実現するための設計法を示した。この方法では、上記(1)で提案した歯切り法と同様に、ギヤ歯切り用カッタの切れ刃を従来の直線から曲率半径の大きな円弧に変更している。これにより、従来は不可能であったハイポイドギヤのデュープレックス歯切りが理論的に可能になり、歯面干渉によって生じる歯車の非共役性が回避できる。デュープレックス歯切りしたハイポイドギヤの回転伝達誤差を計算し、その歯面修整効果を検討するとともに、ギヤ歯切り用カッタ切れ刃の円弧曲率半径の大きさを変えることによって、デュープレックス条件を満足しつつ回転伝達誤差をある程度調節できることを示した。歯切り実験を行い、上記(2)の方法で歯切り誤差を検出することによってこの方法の有効性を確認した。

以上のように、本論文における成果はグリーンソン方式ハイポイドギヤの設計・製作について今まで未解決であった問題点を解決するものであり、ハイポイドギヤの設計・製作に関する見通しを格段によくするとともに、設計・製作に対する一つの指針を与えるものである。

なお、本研究で提案した新しいハイポイドギヤの設計・製造に関するシステムについてまだ完全には解明されていない領域も残っている。すなわち、今後、以下のような研究課題を究明する必要があると考える。

- ① 負荷条件下での本研究における歯車対の幾何学的特性すなわち歯当たりと回転伝達誤差の特性を明らかにし、この歯車対の性能をシミュレーションすることにより、実用化の可能性を探ること。
- ② 本研究における歯車対の回転伝達誤差と騒音とを定量的に関係づけ低騒音化への指針を探ること。

付録1 ピニオン創成歯切り盤のカッタ・マシンセッティング

ピニオンの創成歯切りに用いられるグリーンソンハイポイドギヤ歯切り盤は第2章2・11節の図2.25に示すように複雑な構造を有している。そして、カッタの歯切り盤への取付けはカッタ・マシンセッティングであるチルト角 ϕ_1 、スイベル角 ϕ_2 、エキセントリック角 ϕ_3 、クレードル角 ϕ_4 の値を設定するよう行われる。第2章と第6章で提案した歯切り法では、カッタ中心 O_c の位置ベクトル D_p とカッタ軸方向を示す単位ベクトル a_p を定めることができるが、カッタを所定の位置と姿勢で歯切り盤に取付けるためには D_p と a_p を $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4$ で表し、これらの角度を定める必要がある。そこで本付録では、 D_p と a_p から $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4$ を求める方法を示す。

図a.1はカッタ・マシンセッティング機構を示している。歯切り盤本体の上にク

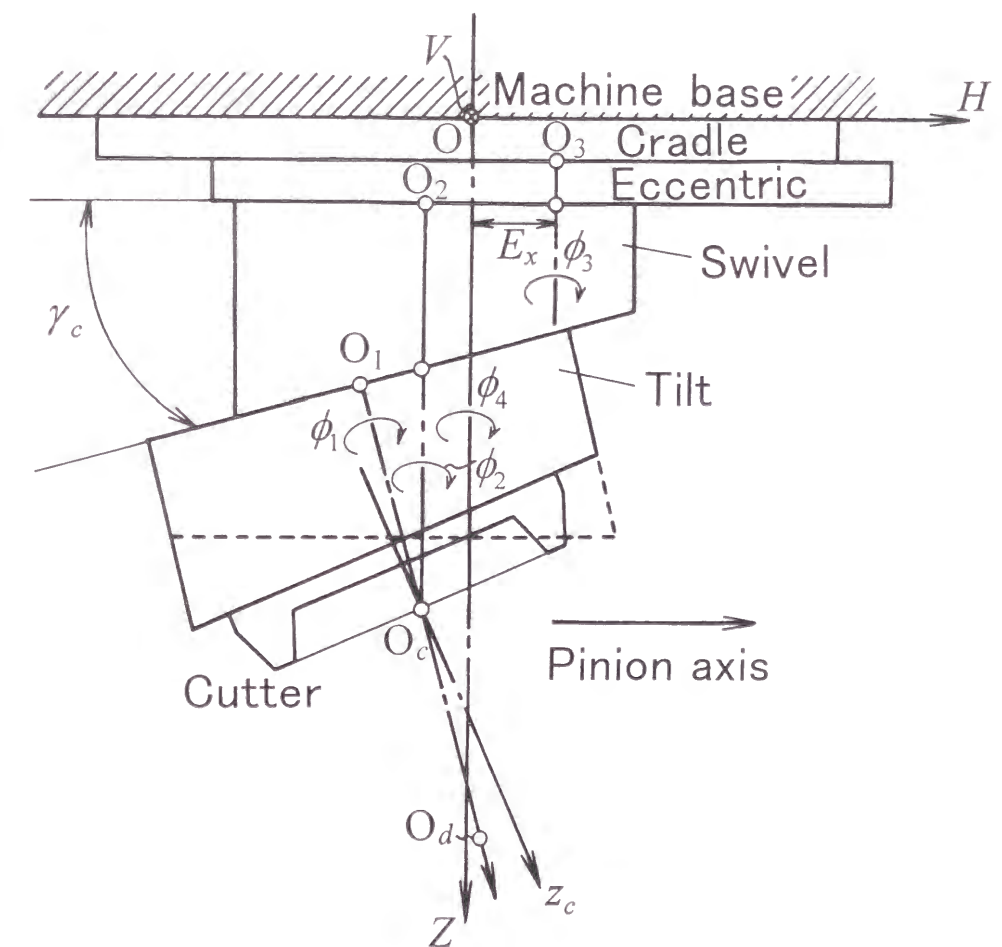


Fig. a.1 Mechanism of cutter-machine settings

レードル，エキセントリック，スィベル，チルトの各円筒が順次搭載されており，チルト円筒先端にカッタが取付けられている．また，各円筒は歯切り盤本体およびそれらが搭載されている円筒に対してその軸まわりに回転できる構造になっている．そして，機械中心（マシンセンタ）に対するカッタの位置と姿勢は各円筒の回転角を変えることによって任意に設定できるようになっている．第2章 2・11 節で述べたように，歯切り盤に設定した座標系は $O-VHZ$ であり，この座標系は 2・5 節図 2. 10 のかみあい座標系 $O-xyz$ に対応している．原点 O はマシンセンタ， Z 軸はクレードル円筒軸に一致している．ピニオン軸は H 軸に平行である．また， V 軸はクレードル円筒軸と H 軸に垂直である．カッタ中心 O_c はチルト円筒軸とカッタ軸 z_c との交点で，スィベル円筒の軸心上にある．そして，その Z 座標は不変である． O_1 はチルト円筒の原点， O_2 はスィベル円筒の原点， O_3 はエキセントリック円筒の原点である．また， γ_c はスィベル円筒台傾き角であり，この傾き角をもつスィベル円筒台の上にチルト円筒が搭載されている． E_x はクレードル円筒に対するエキセントリック円筒の偏心率であり，エキセントリック円筒とスィベル円筒の軸間距離とも一致している．本歯切り実験に用いたグリーンソン No. 116 ハイポイドギヤ創成歯切り盤では， $E_x = 111.125 \text{ mm}$ である．

各円筒の零点は次のように定められている．チルト角 ϕ_1 については，チルト円筒の前端面が Z 軸に垂直になる場合，すなわちスィベル円筒台傾き角 γ_c と，チルト円筒軸とカッタ軸とのなす角 γ_c とが相殺する場合が零である．スィベル角 ϕ_2 については，スィベル円筒の前端面の法線方向がエキセントリック円筒軸とスィベル円筒軸を含む平面に平行な場合が零である．エキセントリック角 ϕ_3 については，スィベル円筒軸がマシンセンタを通る場合が零である．なお， ϕ_1 ， ϕ_2 ， ϕ_3 ， ϕ_4 は歯切り盤に向かって時計まわりを正とする．

さて，座標系 $O-VHZ$ においてピニオン歯切り用カッタ中心 O_c が $D_p(V_p, H_p, Z_p)$ の位置にあり，カッタ軸が $a_p(a_{px}, a_{py}, a_{pz})$ の方向を向いている場合を考える．このとき，カッタ中心 O_c の座標 V_p ， H_p からクレードル角 ϕ_3 とエキセントリック角 ϕ_4 が決まる．また，チルト角 ϕ_1 はカッタ軸方向を示す単位ベクトルの Z 軸に対する方向余弦 a_{pz} から決まり，スィベル角 ϕ_2 はそのベクトルの V 軸， H 軸に対する方向余弦 a_{px} ， a_{py} から決まる． Z_p はワークが取付けられているスライディングベースによって調節する．よって， Z_p はカッタ・マシンセッティングとは無関係になる． D_p ， a_p と ϕ_1 ， ϕ_2 ， ϕ_3 ， ϕ_4 の関係は次の通りである．

付録 1・1 エキセントリック角 ϕ_3

図 a. 2 に示すように，クレードル円筒上にエキセントリック円筒が搭載されている．まず，カッタ中心 O_c が基準の位置からエキセントリック円筒軸まわりに ϕ_3 回転するとき，次の関係式が成り立つ．

$$\begin{aligned} V_p^2 + H_p^2 &= (E_x \sin \phi_3)^2 + (E_x - E_x \cos \phi_3)^2 \\ &= 2 E_x^2 (1 - \cos \phi_3) \end{aligned} \quad (\text{a-1})$$

これより，

$$\cos \phi_3 = 1 - \frac{V_p^2 + H_p^2}{2 E_x^2} \quad (\text{a-2})$$

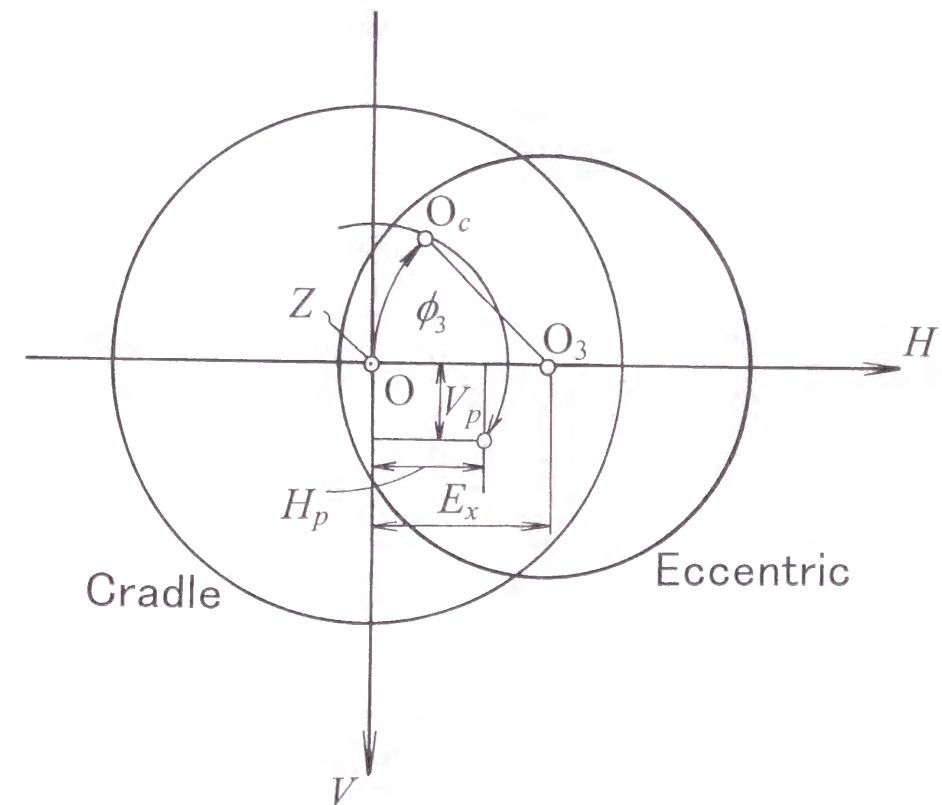


Fig. a. 2 Eccentric and cradle cylinders

よって、エキセントリック角 ϕ_3 は次式で計算される。

$$\phi_3 = \cos^{-1} \left(1 - \frac{V_p^2 + H_p^2}{2 E_x^2} \right) \quad (\text{a-3})$$

付録 1・2 クレードル角 ϕ_4

図 a. 2 に示すように、カッタ中心 O_c が基準の位置からエキセントリック円筒軸まわりに ϕ_3 回転し、さらにクレードル円筒軸まわりに ϕ_4 回転したとする。そのときの ϕ_4 と V_p , H_p の関係式を導くため、図 a. 3 に示すように ϕ_4 を ϕ_{41} と ϕ_{42} の和として考える。まず、 $\overline{OO_3} = \overline{O_cO_3}$ より、 ϕ_{41} と ϕ_3 との間には次の関係式が成り立つ。

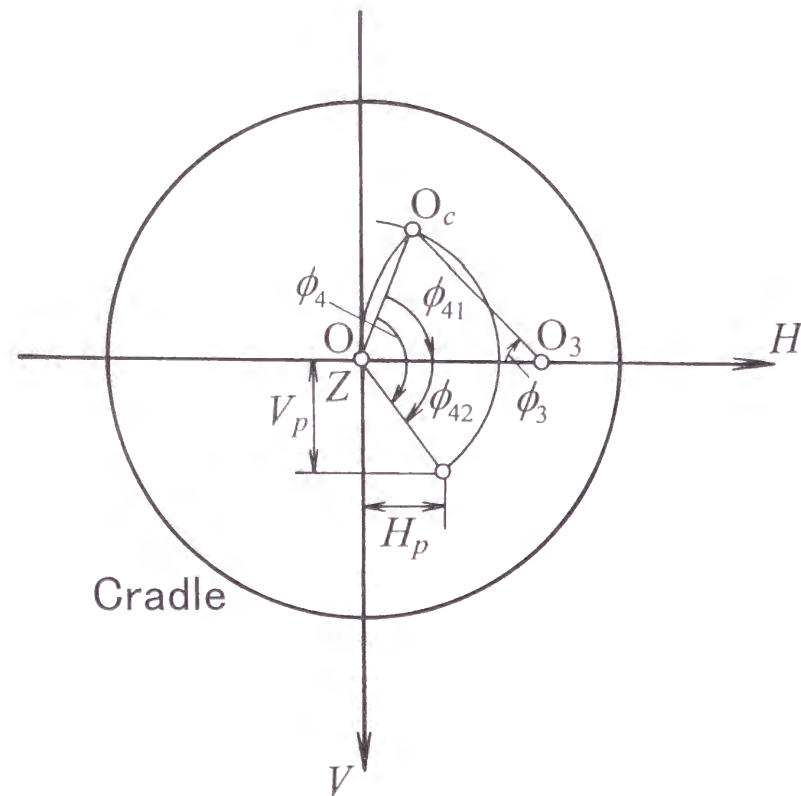


Fig. a. 3 Illustration of cradle angle

$$\phi_{41} = \frac{\pi - \phi_3}{2} \quad (\text{a-4})$$

一方、 ϕ_{42} に関しては次の二つの場合が考えられる。

一つは $H_p \geq 0$ の場合である。この場合の ϕ_{42} は

$$\phi_{42} = \tan^{-1} \left(\frac{V_p}{H_p} \right) \quad (\text{a-5})$$

もう一つは $H_p < 0$ の場合である。この場合の ϕ_{42} は

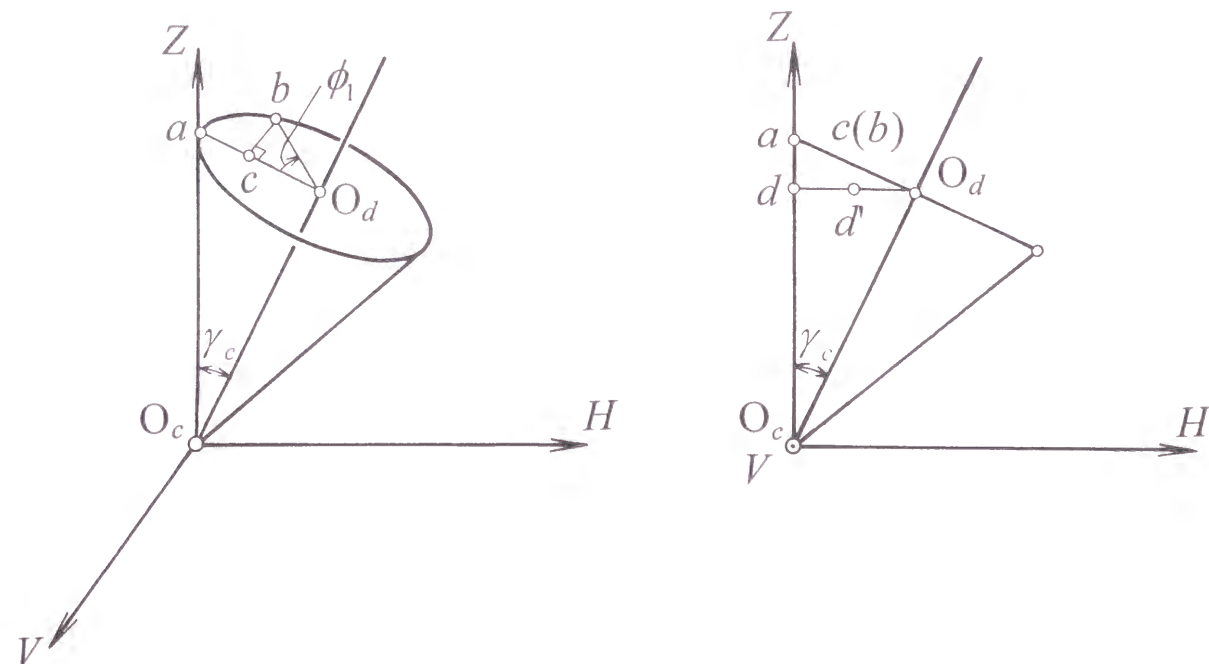
$$\phi_{42} = \pi + \tan^{-1} \left(\frac{V_p}{H_p} \right) \quad (\text{a-6})$$

第 2 章および第 6 章で示した歯切りの設計例では、 $H_p < 0$ である。そうすると、クレードル角 ϕ_4 は

$$\phi_4 = \frac{\pi - \phi_3}{2} + \pi + \tan^{-1} \left(\frac{V_p}{H_p} \right) \quad (\text{a-7})$$

付録 1・3 チルト角 ϕ_1

γ_c の傾き角をもつスイベル円筒台上でチルト円筒がその軸まわりに回転するとき、カッタ軸 z_c はチルト円筒軸を軸とする半頂角 γ_c の円すい面上を動く。図 a. 4(a) にこの円すい面を示す。図 a. 4(b) はその円すい面の HZ 平面での断面図である。図 a. 4(a) において、 $\overline{O_cO_d}$ はチルト円筒軸である。チルト角 ϕ_1 が零の場合、カッタ軸 z_c は $\overline{O_c a}$ の方向を向いている。解析を容易にするため、 $\overline{O_c a}$ を単位長さとする。さて、この位置にあるカッタ軸 z_c がチルト円筒軸まわりに ϕ_1 回転して $\overline{O_c b}$ の方向を向く。このとき、点 b の Z 座標は



(a) Conical surface described by cutter axis z_c

(b) Section of conical surface in HZ plane

Fig. a. 4 Illustration of tilt angle

$$\overline{O_d a} = \overline{O_d b} = \sin \gamma_c \quad (\text{a-8})$$

であるから、 c を b の $\overline{O_d a}$ に対する正射影、 d を O_d の Z 軸に対する正射影、 d' を c の $\overline{O_d d}$ に対する正射影として、

$$\overline{O_c d} + \overline{cd'} = \cos^2 \gamma_c + \sin^2 \gamma_c \cos \phi_1 \quad (\text{a-9})$$

これより、カッタ軸 z_c の Z 軸に対する方向余弦 a_{pz} は

$$a_{pz} = \cos^2 \gamma_c + \sin^2 \gamma_c \cos \phi_1 \quad (\text{a-10})$$

すなわち、

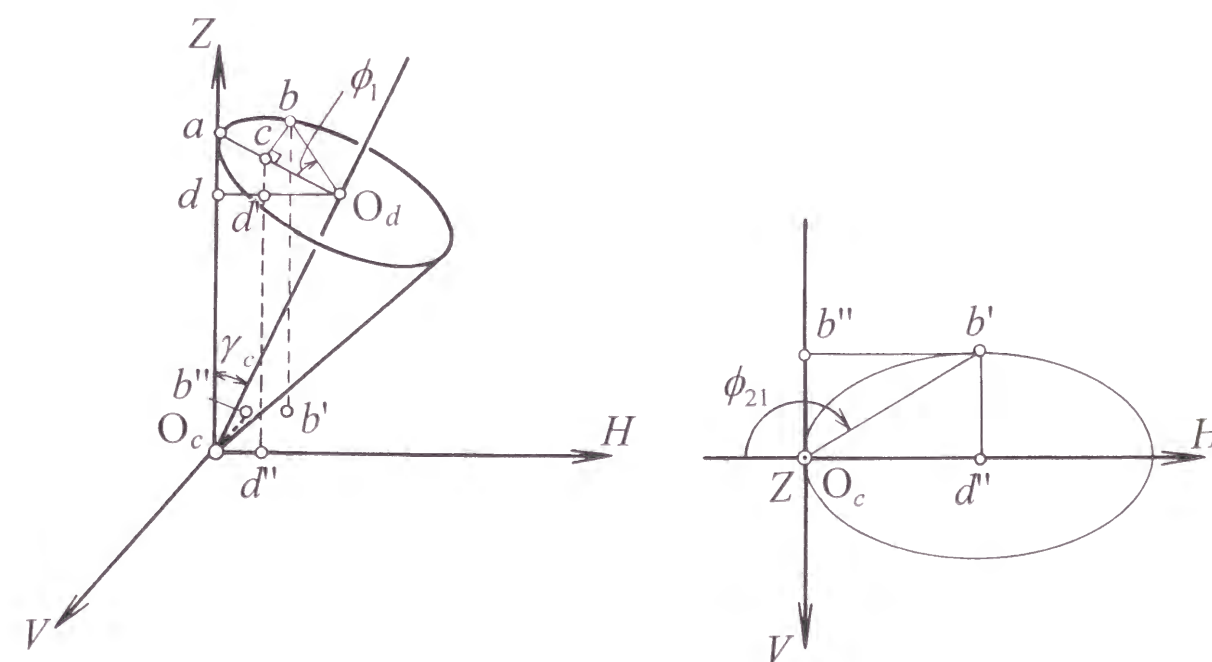
$$\cos \phi_1 = \frac{a_{pz} - \cos^2 \gamma_c}{\sin^2 \gamma_c} \quad (\text{a-11})$$

よって、チルト角 ϕ_1 は次式で計算される。

$$\phi_1 = \cos^{-1} \left(\frac{a_{pz} - \cos^2 \gamma_c}{\sin^2 \gamma_c} \right) \quad (\text{a-12})$$

付録 1・4 スイベル角 ϕ_2

スイベル角 ϕ_2 とカッタ軸 z_c の V , H 軸に対する方向余弦 a_{px} , a_{py} との関係式を導くため、まず付録 1・3 節で決まった ϕ_1 を Z 軸まわりの回転角 ϕ_{21} で表す。図 a. 5(a)



(a) Conical surface for obtaining projection of point b

(b) The base of cone projected vertically

Fig. a. 5 Transformation of tilt angle into swivel angle

は図 a. 4(a)で示した円すい面を示しており，図 a. 5(b)はその円すい底面の VH 平面への垂直投影図を示している．点 b' は点 b の VH 平面への垂直投影点である．点 b' の V 軸と H 軸への正射影 $\overline{O_c b''}$ ， $\overline{O_c d''}$ はそれぞれ次式より求めることができる．

$$\begin{aligned}\overline{O_c b''} &= \overline{c b} = \overline{O_d b} \sin \phi_1 = \sin \gamma_c \sin \phi_1 \\ \overline{O_c d''} &= \overline{d d'} = \overline{O_d d} - \overline{O_d d'} = \overline{O_d a} \cos \gamma_c - \overline{O_d b} \cos \phi_1 \cos \gamma_c \\ &= \sin \gamma_c \cos \gamma_c (1 - \cos \phi_1)\end{aligned}\quad (\text{a-13})$$

これより，

$$\phi_{21} = \frac{\pi}{2} + \tan^{-1} \left(\frac{\overline{O_c d''}}{\overline{O_c b''}} \right) = \frac{\pi}{2} + \tan^{-1} \left\{ \frac{\cos \gamma_c (1 - \cos \phi_1)}{\sin \phi_1} \right\} \quad (\text{a-14})$$

スイベル円筒はスイベル円筒軸まわりにまわっていないにもかかわらず，クレードル円筒軸まわりに回転している．そのため，スイベル円筒が基準の位置にくるよう

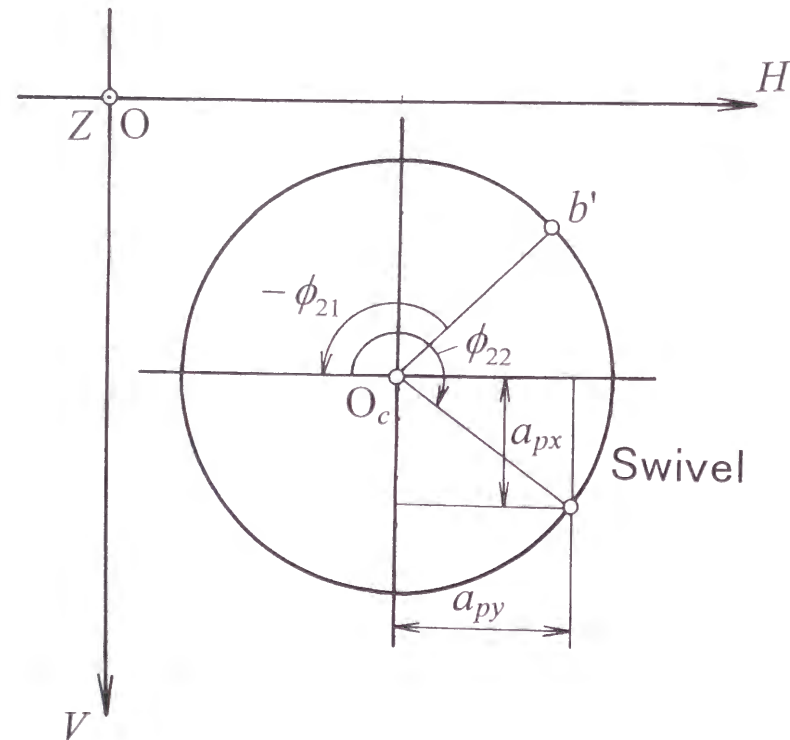


Fig. a. 6 Transformation of direction cosine a_{px} and a_{py} into swivel angle

に各回転角を元に戻さなければならない．すなわち，スイベル円筒をスイベル円筒軸まわりに $(-\phi_4 - \phi_3 - \phi_{21})$ 回転させなければならない．そしてその後，カット軸方向の方向余弦が a_{px} ， a_{py} になるように，スイベル円筒をスイベル円筒軸まわりに ϕ_{22} 回転させる．図 a. 6 より ϕ_{22} は

$$\phi_{22} = \pi + \tan^{-1} \left(\frac{a_{px}}{a_{py}} \right) \quad (\text{a-15})$$

ϕ_{21} と ϕ_{22} は式(a-14)と式(a-15)より決まるから，このことを踏まえるとスイベル角 ϕ_2 は次式から求めることができる．

$$\phi_2 = (-\phi_4 - \phi_3 - \phi_{21}) + \phi_{22} \quad (\text{a-16})$$

謝 辞

本論文は，京都大学大学院工学研究科 久保愛三教授のご指導のもとにまとめられたものである．親切なるご指導ならびに絶え間ざる励ましとご鞭撻に対して，心より感謝申し上げます．

また，本論文の執筆にあたり，多くのご助言とご示唆を与えて頂いた京都大学大学院工学研究科 矢部 寛教授，垣野義昭教授に厚くお礼申し上げます．

長年にわたり著者が本研究に取り組んでくることができたのは，ひとえに，新潟大学工学部 田村久司教授のご指導の賜物である．ここに記して感謝の意を表します．

本研究の歯切り実験には，（株）長岡歯車製作所 市野之彬部長ならびにスズキ（株）竹内愼一部長，羽田芳智係長に多大なるご協力を頂いた．ここに，心よりお礼申し上げます．最後に，新潟大学工学部歯車研究室で9年もの間時間をともに過ごして頂いた卒業研究生，ならびに同機械システム工学科教職員の皆様に厚くお礼申し上げます．